

## BOUWEN AAN EEN GROEITHEORIE \*

DOOR

DR. TH. C. M. J. VAN DE KLUNDERT

*„Perhaps the whole problem is too complicated for adequate reflection in a formal model.”*

Arthur Smithies

### 1. *Waardering van de groeimodellen*

Een stijging van de welvaart wordt aan den lijve ondervonden. Het verlangen naar een nog grotere rijkdom vindt er een stimulans in en doet de vraag rijzen, hoe een nog groter materieel verzorgingspeil te verwezenlijken is. Het recept schijnt eenvoudig genoeg. Bouw een stevige groeitheorie en werk deze af met concreet cijfermateriaal. Is het gebouw operationeel, dan kan men zich door het manoeuvreren van de geselecteerde parameters comfortabel vestigen.

De groeitheorie is inmiddels tot ontwikkeling gekomen, zij het dat aan een dergelijk bouwwerk natuurlijk ten alle tijden fraaie vleugels kunnen worden toegevoegd. Wat blijkt nu echter? Terwijl de architecten in het veld waren gestuurd met de opdracht de groeivoet zo stevig te funderen, dat deze wel een stootje in opwaartse richting kon hebben, zijn zij teruggekomen met de mededeling, dat de natuur aan de intentie tot zo hoog mogelijke groei grenzen stelt. De bevolkingsgroei en de technische vooruitgang – ten aanzien waarvan Mrs. J. Robinson constateert: „The planner has no jurisdiction over these growth rates, which he has to take as given by God and the engineers”<sup>1</sup> – limiteren de groeimogelijkheden op lange termijn. Parallel met deze ontwikkeling wisselde de kijk op de bruto-investeringsquote als voornaamste parameter van de groeipolitiek. In het begin uiterst belangrijk als evenwichtsbrengend instrument (Harrod-Domar en de Nederlandse industrialisatienota's), later nauwelijks meer het beschouwen waard (neo-klassieken), om ten slotte toch, dank zij een gelukkig huwelijk met de technische ontwikkeling, weer voor vol te worden aangezien.

\* De schrijver is Prof. Dr. D. B. J. Schouten en de heer P. J. L. M. Peters erkentelijk voor hun stimulerende kritiek tijdens discussies over de groeitheorie.

<sup>1</sup> Mrs. J. Robinson, *Essays in the theory of economic growth*, Londen, 1962, p. 130.

Dat de gang van zaken aldus de nodige wrevel opwekte, behoeft nauwelijks te verbazen.<sup>2</sup> De suggestie van A. Smithies, dat de onderhavige problematiek de theoriebeoefenaren voor een te zware opgave stelt, en de wrange aanbeveling om dan maar Adam Smith te gaan lezen is er een exponent van.<sup>3</sup> En bepaald heroïsch wordt de uitspraak van M. Abramovitz: „We are, indeed, just at the beginning of serious work on the subject of economic growth in the United States”<sup>4</sup>, als men bedenkt, dat dezelfde schrijver nu al weer meer dan een decennium geleden een indringend pleidooi voor meer studie en onderzoek op dit gebied hield.<sup>5</sup>

Wat is er in feite gebeurd? Hebben de theoretici zich in hun bekende en beruchte toren opgesloten om met elkaar de geheimen van een abstracte cultus te hoeden? Of moet men de zaak nuchter beschouwen en vaststellen, dat er wel degelijk grote vorderingen werden gemaakt, als tenminste wordt afgezien van sommige te overspannen verwachtingen?

Voor deze laatste opvatting pleiten inderdaad verschillende argumenten. Om deze te achterhalen is het gewenst een ogenblik stil te staan bij de doeleinden van theorievorming in het algemeen. Daarmede komen wij dan op het ietwat afgegraasde, maar toch steeds opnieuw boeiende terrein van de methodologie, dat wij echter in deze regels slechts oppervlakkig zullen verkennen.

De betekenis van het theoretisch onderzoek is door K. Rose heel aardig in een tweetal punten samengevat.<sup>6</sup> Op de eerste plaats vermeldt deze auteur in een fraaie volzin een vaak vergeten bedoeling van de theorie, namelijk: „Ein System ökonomischer Begriffe zu geben, die zwar über Tatsachen nichts aussagen, weil sie nicht von Tatsachen handeln, aber dennoch nützlich sind bei der geistigen Durchdringung der Wirklichkeit”. Indien men deze visie als „l'art pour l'art” bestempelt, raakt men niet de kern ervan. Kunst is vrij, wetenschap daarentegen is met de werkelijkheid geëngageerd. Ook

<sup>2</sup> Dit onbehagen klonk ook door tijdens de vergadering van de Vereniging voor de Staathuishoudkunde over de economische groei op 12 januari 1963. Vgl. A. Heertje, Economische groei in West-Europa, Economisch-Statistische Berichten, 23 januari 1963.

<sup>3</sup> A. Smithies, The lagging U.S. growth-rate; discussion, The American Economic Review, mei 1962, p. 92.

<sup>4</sup> M. Abramovitz, Economic growth in the United States, a review article, The American Economic Review, september 1962, p. 781.

<sup>5</sup> M. Abramovitz, Economics of growth, in: A survey of contemporary economics, vol. II, Homewood/Ill., 1952.

<sup>6</sup> K. Rose, Der Erkenntniswert der Wachstumsmodelle, Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Dl. 168, 1956, pp. 330-331. Voor een kritiek hierop, zie H. Albert, Wachstumsmodelle und Realität, Bemerkungen zu Roses Kritik der Wachstumstheorie en K. Rose, Replik, Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Dl. 169, 1958.

in zijn pure vorm. Het ingewikkelde spel van inductie en deductie, de noodzakelijke abstractiegraad en de eis tot communicatie brengen echter met zich mede, dat het verband met de empirie vaak slechts van globale aard kan zijn. Nieuwe ervaringsregels, pasklaar gemaakt voor gebruik op macro-economisch niveau, worden niet elke dag aangeboden. Aspecten van een theorie falsificeren of als kwantitatief onbeduidend terzijde schuiven is niet eenvoudig. De vooruitgang van de wetenschap geschiedt daarom traag, maar dat behoeft geenszins te verontrusten. De theorie van de economische groei, die belangrijke inzichten heeft opgeleverd, is ons inziens daarvoor een goed bewijs.

Overigens moet worden erkend, dat in de groeitheorie ook enig te abstract onkruid woekert. Vooral waar de kapitaaltheorie in het geding komt, of de wapens worden geslepen voor een ferme generalisatie van eenvoudige modellen ( $m$  produktiefactoren,  $n$  produkten, enz.), is het spoor dikwijls moeilijk te volgen. De verzuchting van J. R. Sargent: „I am sure that if I return to the United States on my next sabbatical leave, I shall find that Solows speak only to Arrows, and Arrows speak only to RAND”<sup>7</sup> typeert op humoristische wijze het gevaar, dat aan deze economisch getinte mathemata verbonden is.

In dit artikel zullen wij ons beperken tot een analyse van het macro-economische model in de groeitheorie. Zelfs het nog wel te verteren twee-sectoren model is dus op deze plaats taboe.<sup>8</sup> Dit neemt ons inziens niet weg, dat toch de voor westerse volkshuishoudingen meest essentiële elementen in de beschouwing kunnen worden betrokken.

De tweede door Rose naar voren gebrachte doelstelling van de theorie luidt in zijn oorspronkelijke formulering: „Eine Richtschnur für die Wirtschaftspolitik zu liefern”. Daarmede zij wij weer terug bij de bovengenoemde kritiek op de theorie van de economische groei. Toch is ook met name de groeitheorie van grote betekenis voor het praktische beleid. Een adequate visie op de stabiliteit van de expansie, de betekenis van de investeringen, de invloed van de

<sup>7</sup> J. R. Sargent, Are American economists better?, Oxford Economic Papers, maart 1963, p. 5.

<sup>8</sup> Een wiskundige presentatie van het twee-sectoren model is te vinden bij J. E. Meade, A neo-classical theory of economic growth, 2e druk, Londen 1962, appendix II, zie verder H. Uzawa, On a two-sector model of economic growth, The Review of Economic Studies, oktober 1961, alsmede Solow's commentaar in hetzelfde nummer, en M. Kurz, A two-sector extension of Swan's model of economic growth: The case of no technical change, International Economic Review, januari 1963.

bevolkingsgroei en het belang van de technische vooruitgang, om de voornaamste aspecten te noemen, is zonder modelsmatig denken niet gemakkelijk te verwerven.

Dat het concrete beleid daarenboven meer genuanceerde inzichten vereist, pleit niet tegen de groeitheorie, maar voor aanvullende studies van detailvraagstukken. Minder geslaagd is naar onze mening de poging van E. F. Denison om dit allemaal ineens te doen, en de paar procenten groei per jaar over een veelheid van soms bizarre factoren uit te smeren.<sup>9</sup> Naast de modellenbouw, al dan niet afgerond met econometrisch onderzoek, is het echter zeker gewenst onderwerpen als de volgende te bestuderen:

- a. Internationale handel en economische expansie;
- b. De betekenis van het onderwijs voor de groei;
- c. Het verband tussen de uitgaven voor onderzoek en ontwikkeling en de produktiviteitsstijging;
- d. De rentabiliteit van de overheidsinvesteringen;
- e. Sectorsgewijze verschillen in produktiviteit van de investeringen;
- f. De connecties tussen markt vormen en technische ontwikkeling.

Met deze opsomming is de lijst van interessante studie-objecten zeker niet uitgeput. Ook wanneer op deze terreinen daadwerkelijke en toepasbare resultaten worden bereikt<sup>10</sup>, blijft de achtergrond van het meer algemene model onontbeerlijk. Men moet echter van de modellenbouw op zich niet alles verwachten, daarvoor is het vraagstuk van de economische ontwikkeling, zoals wij A. Smithies gaarne toegeven, inderdaad te complex.

## 2. *Over de stabiliteit van de groei*

De ontwikkeling van de groeitheorie is logisch uit de Keynesiaanse leer voortgesproten. De these van Keynes' volgelingen, dat ook op lange termijn het economisch gebeuren door een fundamentele labiliteit gekenmerkt zou zijn, riep na een aantal jaren van hardnekkige verkondiging de antithese op. Er werd opnieuw een plaats ingeruimd voor de wet van Say, zij het nu in een dynamische wereld, waar het gezichtsveld werd verruimd tot de horizon van een lange termijn. Het accent kwam derhalve te liggen op de aanbod-

<sup>9</sup> E. F. Denison, *The sources of economic growth in the United States and the alternatives before us*, New York: Committee for Economic Development, 1962. Zie ook de kritiek van M. Abramovitz in zijn onder noot 4 genoemde recensie.

<sup>10</sup> De vorderingen met betrekking tot de bovengenoemde studiegebieden zijn nog niet groots. Vgl. P. de Wolff, *De economische groei in de westerse wereld*, Preadvies van de Vereniging voor de Staathuishoudkunde, 's-Gravenhage, 1962, en W. Brand, *Iets over economische groei*, Economisch-Statistische Berichten, 10 april 1963.

structuur en er werden ingenieuze gedachten ontwikkeld om het substitutieproces in al zijn facetten te belichten.

Hoewel de strijd ook in de huidige jaren niet geheel werd beslecht, overwegen toch de studies, die men als neo-klassiek zou kunnen karakteriseren. Vooropgesteld dient echter te worden, dat neo-klassiek in deze context als een analytisch begrip en niet als een politiek dogma dient te worden gelezen. In het vlak van de begripsvorming hebben de discussies over de seculaire stabiliteit van de economische expansie wetenschappelijke waarde. Het inzicht in de samenhang van de economische processen wordt er door verdiept.

In de volgende sub-paragrafen zal aan de stabiliteitsproblematiek de nodige aandacht worden geschonken. De historische volgorde, waarin de verschillende theorieën werden gepresenteerd, zal daarbij niet strikt in acht worden genomen. Het gaat veel meer om de standpunten, die door diverse auteurs werden ingenomen en meestal door de jaren heen zijn volgehouden en uitgewerkt.

### 2.1. *Harrod en Domar in een vereenvoudigde versie*

De theorieën van R. F. Harrod<sup>11</sup> en E. D. Domar<sup>12</sup> kunnen adequaat worden geanalyseerd door te veronderstellen, dat beide auteurs van een constante marginale kapitaalcoëfficiënt zijn uitgegaan. Evenmin als bijvoorbeeld Cassel en Marx kan men bovengenoemde auteurs ervan betichten de mogelijkheid van substitutie tussen produktiefactoren volledig over het hoofd te hebben gezien. Maar evenals dat bij Cassel en Marx het geval was, speelt de substitutieproblematiek in het eigenlijke leerstuk van Harrod en Domar geen essentiële rol. Dat de marginale kapitaalcoëfficiënt in de visie van Harrod als een accelerator moet worden gezien, is voor ons doel al evenmin relevant. Het gaat hier uitsluitend om een eenvoudige versie van de eerste in de vorm van een model opgestelde groei-theorieën.

Het post-keynesiaanse karakter van deze analyses schuilt in de als vanzelfsprekend geachte veronderstelling, dat het algemeen prijsniveau constant is. Derhalve kan met waardebedragen worden gewerkt, waarvan de veranderingen corresponderen met een evenredige mutatie in de reële sfeer. Wordt het punt van volledige werk-

<sup>11</sup> R. F. Harrod, An essay in dynamic theory, The Economic Journal, maart 1939, en R. F. Harrod, Towards a dynamic economics, Londen, 1949.

<sup>12</sup> E. D. Domar, Essays in the theory of economic growth, New York, 1957.

gelegenheid bereikt, dan zijn aanpassingen in de reële sfeer uiteraard onmogelijk, zodat dan een stijgend prijspeil moet worden aangenomen.

De discussie over de stabiliteit op lange termijn concentreert zich rond het begrippenpaar verantwoorde en natuurlijke groeivoet.<sup>13</sup>

De *verantwoorde groeivoet* impliceert gelijkheid tussen voorgenomen besparingen en dito investeringen, d.w.z. de geldigheid van de wet van Say. Indien deze groeivoet van de produktie, gezien de situatie op de arbeidsmarkt gerealiseerd kan worden, zullen de ondernemers bereid zijn de ex-ante besparingen te absorberen; een dergelijk gedrag kunnen zij voor zichzelf verantwoorden.

Per definitie kan de verantwoorde groei  $g_w$  (in het Engels aangeduid als „warranted rate of growth”) met behulp van de volgende vergelijkingen worden afgeleid:<sup>14</sup>

$$S = \sigma Y \quad (1)$$

$$I = \kappa' \dot{Y} \quad (2)$$

$$S = I \quad (3)$$

$$\therefore g_w = \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\sigma}{\kappa'} \quad (4)$$

Daarbij blijkt, dat de verantwoorde groeivoet van het nationale inkomen gelijk is aan het quotiënt van de macro-economische spaarquote  $\sigma$  en de marginale kapitaalcoëfficiënt  $\kappa'$ .

Wordt verondersteld, dat de gemiddelde kapitaalcoëfficiënt  $\kappa = k/y$  constant is, dan geldt dit uiteraard eveneens voor de marginale kapitaalcoëfficiënt. In dat geval is de verantwoorde groeivoet gelijk aan het stijgingspercentage van de kapitaalgoederenvoorraad en kan de stabiliteitskwestie ook in termen van deze voorraad worden besproken:

$$g_w = g_k \equiv \frac{\sigma}{\kappa} \quad (5)$$

<sup>13</sup> Zie ook F. de Roos en D. B. J. Schouten, *Groeitheorie*, Haarlem, 1960, hoofdstuk IV.

<sup>14</sup> Hoofdletters geven waardebedragen weer, kleine letters hebben over het algemeen betrekking op reële grootheden. De letter  $p$  symboliseert het algemeen prijsniveau, terwijl Griekse letters voor quoten en coëfficiënten zijn gereserveerd. Gemakshalve is de tijdsindex ( $t$ ) bij de symbolen weggelaten. Een punt op de letters duidt aan, dat van de desbetreffende grootheid de eerste afgeleide naar de tijd is genomen.

De *natuurlijke groeivoet* is daarentegen de maximaal mogelijke stijging van het nationale inkomen, gezien de bevolkingsaanwas en de arbeidbesparende technische vindingen. Impliciet wordt hierbij aangenomen, dat de kapitaalgoederenvoorraad evenredig met het nationale produkt toeneemt. De definitie van de natuurlijke groeivoet hangt anders in de lucht. Bevolkingsaanwas ( $100 \pi\%$ ) en technische ontwikkeling (stijging van de arbeidsproductiviteit met  $100 \varepsilon_l\%$ ) worden doorgaans als exogene factoren aangemerkt, zodat de natuurlijke groeivoet een gegeven grootheid is:

$$g_n = \pi + \varepsilon_l \quad (6)$$

Om te onderzoeken of een stabiele expansie mogelijk is, veronderstellen wij dat op een bepaald moment volledige werkgelegenheid heerst.

Blijkt vervolgens dat de verantwoorde groeivoet groter is dan de natuurlijke ( $g_w > g_n$ ), dan betekent dit voor de ondernemers, dat er afzet- resp. inzetmoeilijkheden in het onmiddellijke verschiel liggen, het aanbod van besparingen is te groot of het aanbod van arbeid is te gering. Derhalve zijn de ondernemers niet bereid de voorgenomen besparingen in deze toevallige situatie van volledige werkgelegenheid op te nemen, waardoor een seculaire *stagnatie* zal ontstaan. Het groeitempo en mogelijk zelfs het absolute inkomen zullen dalen. Het werkloosheidspercentage zal onherroepelijk oplopen.

De enige remedie in een dergelijke situatie is, dat de overheid een werkgelegenheidspolitiek voert via budgettekorten en tegelijkertijd ook tracht met fiscale middelen de macro-economische spaarquote te reduceren tot het niveau:

$$\sigma = \kappa(\pi + \varepsilon_l) \quad (7)$$

Doet zich daarentegen het geval  $g_w < g_n$  voor, dan is de structurele positie een geheel andere. De ondernemers worden nu, althans bij een monetaire politiek van goedkoop geld, gestimuleerd meer te investeren dan de ex-ante besparingen. In dit geval zal een structurele opwaartse druk op het prijsniveau tot een continue geldontwaarding en eventueel tot gedwongen besparingen leiden. Deze gang van zaken kan worden aangeduid als een toestand van seculaire inflatie.

Bezien wij de ontwikkeling van de produktiefactoren, dan moet thans worden geconstateerd, dat er een structureel kapitaaltekort aanwezig is, zodat ook in dit geval een toenemende werkloosheid onvermijdelijk zal zijn.

De overheid dient in een dergelijk geval budgetoverschotten te kweken om door middel van hogere overheidsbesparingen aan de nationale kapitaalvorming te kunnen bijdragen. De monetaire autoriteiten dienen de geldschepping in de hand te houden om zo mogelijk een stijging van het algemeen prijsniveau te verhinderen, tenzij men de via een prijsstijging afgedwongen besparingen niet kan ontberen.

Onder de geschetste omstandigheden kan groei met behoud van volledige werkgelegenheid alleen dank zij een juiste overheidspolitiek worden gerealiseerd. De economische ontwikkeling op lange termijn is echter fundamenteel labiel.

## 2.2. *Het gedynamiseerde Pigou-effect*

J. Tobin<sup>15</sup> en R. Eisner<sup>16</sup> hebben beiden gewezen op de stabiliserende werking, die de wens tot het aanhouden van kasvoorraden met een bepaalde reële waarde kan hebben. In een vereenvoudigde vorm kan hun theorie als volgt worden weergegeven.

De in een volkshuishouding voorhanden activa (gesymboliseerd met de letter  $w$  van „wealth”) bestaan uit de kapitaalgoederen-voorraad en de reële waarde van de kassen:

$$w = k + \frac{M}{P} \quad (8)$$

Het symbool  $M$  geeft de geldhoeveelheid weer, met dien verstande dat niet de gebruikelijke definitie voor de geldvoorraad „which includes bank deposits corresponding to private debts” is gekozen, zoals Tobin opmerkt, maar een zodanig concept, dat  $M$  gelijk is aan: „currency in circulation plus government debt plus the gold stock”.<sup>17</sup>

Het bestand van de activa wordt vergroot met de reële waarde van de besparingen:

$$\sigma y = \dot{w} = \dot{k} + \frac{M}{P} \left[ \frac{\dot{M}}{M} - \frac{\dot{P}}{P} \right] \quad (9)$$

Aangenomen mag worden, dat de wens tot het aanhouden van een reële kasvoorraad afhankelijk is van het produktievolume en de

<sup>15</sup> J. Tobin, A dynamic aggregative model, The Journal of Political Economy, april 1955.

<sup>16</sup> R. Eisner, On growth models and the neo-classical resurgence, The Economic Journal, december 1958.

<sup>17</sup> Zie J. Tobin, art. cit., pp. 104-105.



rentestand (4). Het genoemde functionele verband kan bijvoorbeeld als volgt worden geschreven:

$$\frac{M}{p} = \sigma \frac{y}{i} \quad (10)$$

Uit de vergelijkingen (5) en (9) kan worden afgeleid:

$$g_w = \frac{1}{\kappa} \left\{ \sigma - \frac{M}{Y} \left[ \frac{\dot{M}}{M} - \frac{\dot{p}}{p} \right] \right\} \quad (11)$$

Bij een evenwichtige groei ( $g_w = g_n$ ) zal de behoefte aan kasvoorraden voor transactiedoeleinden overeenkomstig de nationale groei-voet toenemen. Een bepaald gedeelte van de besparingen is noodzakelijk om de reële waarde van de kassen dienovereenkomstig te vergroten. De kapitaalvorming is nu geringer dan in het Harrod-Domar model. De kans op een te groot aanbod van besparingen is derhalve kleiner.

Een en ander sluit echter de mogelijkheid van een onevenwichtige situatie  $g_w > g_n$  niet uit. Zoals duidelijk zal zijn, wordt er in dat geval meer gespaard dan nodig is voor uitbreidingsinvesteringen en aanvulling van de transactiekassen. Dit leidt natuurlijk tot een daling van de marktrente. Als nu de reële kasvoorraden interest-elastisch zijn, zal hierdoor de vraag naar geld voor oppottingsdoeleinden toenemen (zie vergelijking 10), zodat een gedeelte van de overvloedige besparingen geabsorbeerd wordt. De discrepantie tussen de verantwoorde en de natuurlijke groeivoet wordt aldus door het Pigou-effect verminderd.

Omgekeerd zal in het geval van kapitaalschaarste ( $g_w < g_n$ ) de rentevoet stijgen, waardoor de reële kasvoorraden tengevolge van ontpottingen zullen dalen. Er komen aldus meer besparingen vrij voor de kapitaalvorming, hetgeen in deze situatie uitermate van pas komt.

### 2.3. *Het neo-klassieke evenwicht*

In reactie op het behandelde Harrod-Domar model is onder meer door R. M. Solow<sup>18</sup> en T. W. Swan<sup>19</sup> aangetoond, dat de economische expansie stabiel kan zijn, indien de veronderstelling van een

<sup>18</sup> R. M. Solow, A contribution to the theory of economic growth, The Quarterly Journal of Economics, februari 1956.

<sup>19</sup> T. W. Swan, Economic growth and capital accumulation, The Economic Record, november 1956. Zie ook I. M. D. Little, Classical growth, Oxford Economic Papers, juni 1957.

constante kapitaalcoëfficiënt wordt verlaten. Daarbij moet echter worden aangenomen, dat het prijsmechanisme soepel functioneert, omdat anders de veronderstelde variabiliteit van de kapitaalcoëfficiënt zonder effect blijft.

Beide auteurs hanteren de Cobb-Douglas produktiefunctie:

$$y = ve^{\epsilon t} l^{\lambda} k^{\mu} \quad (12)$$

De letter  $y$  heeft betrekking op het netto-produktievolume, terwijl  $l$  en  $k$  achtereenvolgens arbeids- en kapitaalhoeveelheden aanduiden.<sup>20</sup> Een speciale voorwaarde is:  $\lambda + \mu = 1$ , d.w.z. van schaalbesparingen wordt geabstraheerd.

Differentiatie van vergelijking (12) naar de tijd en deling door  $y$  levert de volgende vorm op:

$$\frac{\dot{y}}{y} = \lambda \frac{\dot{l}}{l} + (1 - \lambda) \frac{\dot{k}}{k} + \epsilon \quad (13)$$

Met behulp van deze vergelijking is het mogelijk de natuurlijke groeivoet in het neo-klassieke model te definiëren. Volgens de reeds besproken definitie is de natuurlijke groeivoet gelijk aan het stijgingspercentage van het (netto) nationale produkt, indien bij de gegeven bevolkingsaanwas en autonoom technische ontwikkeling de kapitaalgoederenvoorraad in gelijke mate als de produktie toeneemt. Substitutie van de relaties:

$$\frac{\dot{l}}{l} = \pi \quad (14)$$

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{y}}{y} \quad (15)$$

in formule (13) geeft de oplossing voor de natuurlijke groei:

$$g_n = \pi + \frac{\epsilon}{\lambda} \quad (16)$$

Bij gelijkstelling van investeringen en besparingen kan vervolgens worden geschreven:

$$\sigma = \frac{S}{Y} = \frac{I}{Y} = \frac{k p}{y p} = \frac{\dot{k}}{y} \quad (17)$$

<sup>20</sup> Het arbeidsvolume wordt gewoonlijk gemeten in manjaren. Moeilijkheden, die bij de meting van het kapitaalgoederenvolume rijzen worden hier buiten beschouwing gelaten.

Daar uiteraard geldt:  $\dot{k} \equiv \frac{\dot{k}}{y}y$ , kan voor de kapitaalaccumulatie worden geschreven:

$$\dot{k} = \kappa \dot{y} + y \dot{\kappa} \quad (18)$$

Herschrijving van (18) en substitutie van (17), geeft de formule voor de verantwoorde groei in dit model:

$$g_w = \frac{\sigma}{\kappa} - \frac{\dot{\kappa}}{\kappa} \quad (19)$$

De definitie van de verantwoorde groeivoet is in het neo-klassieke model een ambilogie. Deze groeivoet varieert, zoals uit formule (19) blijkt, met veranderingen van de kapitaalcoëfficiënt. Strikt genomen is  $g_w$  hier gelijk aan de feitelijke groeivoet, die reeds met behulp van vergelijking (13) gedefinieerd is. Terwille van de uniformiteit zullen wij echter ook in het onderhavige model het symbool  $g_w$  blijven voeren.

Een situatie waarbij geldt  $g_w > g_n$  is alleen mogelijk, indien de kapitaalgoederenvoorraad sneller stijgt dan de produktie [zie de vergelijkingen (13) t/m (16)]. Een stijging van de kapitaalcoëfficiënt impliceert volgens formule (19), dat de verantwoorde groeivoet zal dalen. Dit gaat zo lang door tot de evenwichtssituatie  $g_w = g_n$  bereikt is.<sup>21</sup> Het zal echter duidelijk zijn, dat de daarbij vereiste diepte-investeringen<sup>22</sup> uitsluitend zullen worden doorgevoerd bij een voldoende stijging van het reële loon. Dit typeert het klassieke element in de onderhavige gedachtengang. Het opnemen van de besparingen bij volledige werkgelegenheid vergt een aanpassing van de reële beloningsvoeten.

Doet zich de tegengestelde situatie  $g_w < g_n$  voor, dan daalt de kapitaalcoëfficiënt, terwijl arbeid goedkoper wordt. Op den duur resulteert opnieuw het neo-klassieke evenwicht, waarbij de groeivoet wordt bepaald door bevolkingsaanwas en technische ontwikkeling.

Het verband tussen de groeivoet en de reële beloningsvoeten kan nog worden verduidelijkt. Volgens de grensproduktiviteitstheorie is het kapitaalrendement  $r$  gelijk aan het marginale produkt van

<sup>21</sup> Voor een exact bewijs van het groei-evenwicht wordt verwezen naar appendix 1.

<sup>22</sup> Diepte-investeringen zijn hier opgevat als investeringen, die de kapitaal-coëfficiënt vergroten.

kapitaal:<sup>23</sup>

$$r = \frac{\partial y}{\partial k} = \frac{1 - \lambda}{\kappa} \quad (20)$$

Volgens formule (5) kan voor de groeivoet van het kapitaal-goederenvolume worden geschreven  $g_k = \frac{\sigma}{\kappa}$ . Na substitutie van (20) in deze relatie resulteert:

$$g_k = \frac{\sigma r}{1 - \lambda} \quad (21)$$

Indien het stijgingspercentage van de kapitaalgoederenvoorraad groter is dan de natuurlijke groeivoet, zal bij ongewijzigd rendement, de vraag naar arbeid pari passu met de uitbreidingsinvesteringen te hoog zijn. Het kapitaalrendement zal dus via een loonstijging moeten dalen, waardoor diepte-investeringen aantrekkelijk worden, en overspanning op de arbeidsmarkt kan worden voorkomen. Blijft het reële loon echter star, dan zijn de diepte-investeringen niet rendabeler dan de uitbreidingsinvesteringen en zal er een voortdurend overspannen arbeidsmarkt zijn. Diepte-investeringen zijn echter

<sup>23</sup> Volgens de kapitaaltheorie geldt in een evenwichtssituatie, dat de kostprijs van een kapitaalgoed overeenstemt met zijn opbrengstwaarde, dus:

$$p_t = \int_0^{\infty} \frac{\partial y}{\partial k} p e^{-rt'} dt',$$

( $t'$  stelt een toekomstig tijdstip voor). In het macro-economische model is de kostprijs van kapitaalgoederen gelijk aan de prijs van eindprodukten  $p_t = p$ .

Oplossing van de integraal geeft dan:  $r = \frac{\delta y}{\delta k}$ . Heeft  $y$  op de bruto-produktie betrekking en sterft de kapitaalgoederenvoorraad exponentieel af (met 100  $\delta$  %), dan geldt:

$$1 = \int_0^{\infty} \frac{\partial y}{\partial k} e^{-(r+\delta)t'} dt',$$

waaruit volgt:  $r = \frac{\delta y}{\delta k} - \delta$ .

Bij een vaste levensduur van de kapitaal goederen  $\theta$  verkrijgt men:

$$1 = \int_0^{\theta} \frac{\partial y}{\partial k} e^{-rt'} dt',$$

oftewel:  $\frac{r}{1 - e^{-r\theta}} = \frac{\partial y}{\partial k}$ .

niet langer noodzakelijk, indien het rendement zijn evenwichtswaarde bereikt heeft:

$$r = \frac{(1 - \lambda)g_n}{\sigma} \quad (22)$$

#### 2.4. *Kritiek op de neo-klassieken door Eisner en Green*

De hierboven besproken beschouwingen van Solow en Swan hebben eveneens kritische geluiden opgeroepen. R. Eisner<sup>24</sup> en H. A. J. Green<sup>25</sup> hebben ieder op hun eigen manier getracht de onafhankelijkheid van  $g_w$  ten opzichte van  $g_n$  in ere te herstellen. Eisner's argument betreft voornamelijk het gebrek aan technische substitutiemogelijkheden, dat de neo-klassieke opvattingen doet stranden, terwijl Green het meer bij de verstarring van het loon- en prijsmechanisme zoekt.

Naarmate voortdurend diepte-investeringen noodzakelijk zijn ( $g_w > g_n$ ), zo stelt Eisner, zal verandering van techniek op een zeker moment niet meer mogelijk zijn, omdat  $\kappa$  zijn maximum waarde bereikt heeft. Het kapitaalrendement zal dan, volgens de auteur, nagenoeg gelijk aan nul zijn. Invulling van de maximale kapitaalcoëfficiënt in (19) geeft de minimale verantwoorde groeivoet. Indien de natuurlijke groeivoet toch kleiner blijkt te zijn dan het minimale percentage van de verantwoorde groei, is de discrepantie tussen de beide groeivoeten niet meer door substitutie te overbruggen met alle consequenties van dien.

De bezwaren van Eisner betreffen dus eigenlijk de Cobb-Douglas produktiefunctie met zijn onbeperkte substitutiemogelijkheden. Nu is reeds door Solow in zijn eerdergenoemde publikatie aangetoond, dat het neo-klassieke evenwicht niet onder alle (produktie-)omstandigheden opgaat. De meest elegante behandeling van dit vraagstuk staat echter op naam van J. D. Pitchford.<sup>26</sup> Deze schrijver gaat uit van een functie, die later onder de benaming C.E.S. („constant elasticity of substitution”) produktiefunctie meer bekendheid verwierf, en als volgt luidt:

$$y = [\psi l^{(\varphi-1)/\varphi} + \rho k^{(\varphi-1)/\varphi}]^{\varphi/(\varphi-1)} \quad (23)$$

<sup>24</sup> R. Eisner, art. cit.

<sup>25</sup> H. A. J. Green, Growth models, capital and stability, The Economic Journal, maart 1960.

<sup>26</sup> J. D. Pitchford, Growth and the elasticity of factor substitution, The Economic Record, december 1960.

Uit statistische onderzoeken bleek, dat de substitutie-elasticiteit van de produktiefactoren ( $\varphi$ ) naar alle waarschijnlijkheid enigszins kleiner dan één is.<sup>27</sup> In dat geval zal bij een stijging van de kapitaalcoëfficiënt het rendement uiteraard sneller afnemen dan bij de Cobb-Douglas functie, waarbij geldt:  $\varphi = 1$ .

De vraag is echter of de kapitaalcoëfficiënt in de evenwichts-situatie zo groot zal zijn, dat het hiermede corresponderende rendement voor de ondernemers onaantrekkelijk wordt. Bij een enigszins behoorlijke technische vooruitgang komt ons dit onwaarschijnlijk voor. Om de gedachten nader te bepalen kan een eenvoudig, maar bij benadering realistisch, cijfervoorbeeld worden opgesteld. Gegeven is:  $\sigma = 0,2$  en  $g_n = 0,05$ . De evenwichtswaarde van de kapitaalcoëfficiënt is dan  $\kappa = \frac{0,2}{0,05} = 4$ . Bij een kapitaalinkomens-

quote van  $1 - \lambda = 0,25$ , zal het evenwichtsrendement 6,25% bedragen. Is de natuurlijke groeivoet echter 4%<sup>28</sup> en daalt  $1 - \lambda$  bijvoorbeeld tot 0,20, dan geldt  $r = 4\%$ . Dit laatste cijfer is zeker al laag als men bedenkt, dat voor geldbeleggingen zonder risico's toch wel een minimum rentevoet van 2% mag worden aangehouden. Overigens zal duidelijk zijn, dat het rendement ook afhangt van de nationale spaarquote. Op dit aspect komen wij nog terug.

Er is in theorie natuurlijk ook de mogelijkheid, dat  $\kappa$  technisch gezien, een minimum waarde bereikt, zodat aan de verantwoorde groeivoet een bovengrens gesteld wordt. Gegeven de huidige spaaractiviteiten in de westerse landen lijkt het echter zeer onwaarschijnlijk, dat om deze reden een situatie van structurele arbeidsovervloed ( $g_{w, \max.} < g_n$ ) zou kunnen optreden.

De bezwaren van Green tegen de neo-klassieke opvattingen corresponderen in zoverre met die van Eisner, dat volgens de eerstgenoemde schrijver, de ondernemers op zijn minst een *bepaald* rendement willen maken.<sup>29</sup> Zij nemen dus onder omstandigheden geen genoegen met een hogere loonvoet. Zijn de natuurlijke groeikansen te gering ( $g_w > g_n$ ), dan zullen zij derhalve te weinig in de diepte investeren. In tegenstelling hiermede zou men in het geval  $g_w < g_n$  kunnen zeggen, dat de ondernemers onder druk van de

<sup>27</sup> Zie K. J. Arrow, H. B. Chenery, B. Minhas en R. M. Solow, Capital-labor substitution and economic efficiency, The Review of Economics and Statistics, augustus 1961.

<sup>28</sup> Dit percentage wordt overigens met name door de Verenigde Staten van Amerika niet gehaald.

<sup>29</sup> Zie ook H. J. Kruisinga, Selectie en prioriteitsbepaling van investeringsprojecten, De Ingenieur, 25 mei 1962 en 1 juni 1962.

werknemers te hoge lonen betalen en daardoor, gezien de situatie, te veel in de diepte investeren. Bij gebrek aan de nodige arbeidsintensieve produktiemethoden kan zodoende structurele arbeidsovervloed ontstaan.

In de gedachtengang van Green is substitutie technisch nog wel mogelijk, maar er wordt door de ondernemers onvoldoende gebruik van gemaakt. Fluctuaties in de reële beloningsvoeten zijn ofwel onder invloed van institutionele factoren te weinig geprononceerd, ofwel voor de ondernemers geen voldoende stimulans om van techniek te veranderen. Kortom in deze visie lijdt de neo-klassieke theorie schipbreuk, omdat het loon- en prijsmechanisme niet adequaat functioneert.

### 2.5. *Geïnduceerde technische vindingen*

W. Fellner heeft erop gewezen, dat ook het optreden van geïnduceerde technische vindingen evenwichtsscheppend kan werken.<sup>30</sup> Het gaat hierbij niet uitsluitend om de mogelijkheid, dat technische vernieuwingen door de economische situatie van het ogenblik kunnen worden opgeroepen, maar eveneens om de aard van deze nieuwe vindingen. Fellner motiveert zijn visie op de volgende wijze: „Approximate adjustment of the character of improvements to existing resource scarcities suggests the existence of a mechanism which tends to *induce* the required type of improvement”.<sup>31</sup>

Het idee van Fellner doet in eerste instantie de vraag rijzen of de structurele positie van de economie als zodanig technische vindingen (van neutrale aard) uitlokt.

In de situatie  $g_w > g_n$  is arbeid duur. Dit kan voor de ondernemers een extra stimulans zijn om de produktiviteit op te voeren. De vigerende arbeidsschaarste remt immers de expansie van de produktie. De geïnduceerde vernieuwingen verhogen de natuurlijke groeivoet, zodat het grote aanbod van besparingen gemakkelijker kan worden geabsorbeerd. Daarentegen kan in de situatie  $g_w < g_n$  van de zijde van de vakbeweging weerstand tegen technische vernieuwingen bestaan, omdat de arbeidsmarkt ruim is. In hoeverre de bovengenoemde effecten in feite van betekenis zijn, hangt uiter-

<sup>30</sup> W. Fellner, *Trends and cycles in economic activity*, New York, 1956, en W. Fellner, *Automatic market clearance and innovations in the theory of employment and growth*, Oxford Economic Papers, juni 1958.

<sup>31</sup> W. Fellner, op. cit., p. 220.

aard van een groot aantal institutionele elementen in de volkshuishouding af.

Fellner's analyse is gebaseerd op de classificatie van technische vindingen volgens J. R. Hicks.<sup>32</sup> Ook al is arbeid bijvoorbeeld duur, zal het voor de individuele ondernemer toch irrelevant zijn, of hij een kapitaalbesparende dan wel een arbeidbesparende technische verbetering aanbrengt, mits beide eenzelfde kostenverlaging opleveren. Vanuit macro-economisch standpunt bezien, is een kapitaalbesparende vinding, waardoor het grensprodukt van arbeid ten opzichte van dat van kapitaal stijgt, echter verkeerd. De beschikbaarheidsverhouding van produktiefactoren wordt hierdoor immers nog onevenwichtiger. Wordt de „verkeerde” technische verbetering op grote schaal toegepast, dan zal het reële loon sneller stijgen. De ondernemers maken dan niet het rendement, waarop zij hadden gerekend en door deze ervaring wijzer geworden, zullen zij voortaan in een dergelijke situatie de juiste uitvinding kiezen: „Groups of atomistic buyers are thus likely to become *conditioned* to seeking the right kind of improvement”.<sup>33</sup>

Een juiste selectie van de technische vindingen impliceert een verandering van de verantwoorde groeivoet, waardoor de discrepantie tussen  $g_w$  en  $g_n$  wordt verkleind. De factorsubstitutie buiten beschouwing gelaten, kan immers worden geschreven:<sup>34</sup>

$$g_w = \frac{\sigma r}{1 - \lambda} \quad (24)$$

Een arbeidbesparende technische ontwikkeling, gedefinieerd op de wijze van Hicks leidt tot een stijging van de kapitaalinkomensquote  $1 - \lambda$ , en daarmee tot een lagere verantwoorde groeivoet.<sup>35</sup> Derhalve concludeert H. A. J. Green, in navolging van Fellner: „Labour-saving innovations can therefore avert secular stagnation”.<sup>36</sup>

De theorie van de geïnduceerde technische vindingen vormt ongetwijfeld een bijdrage tot de groeitheorie. Nochtans is de visie van Fellner voor verbetering en uitwerking vatbaar.<sup>37</sup> Een moeilijkheid

<sup>32</sup> J. R. Hicks, *The theory of wages*, Londen, 1932.

<sup>33</sup> W. Fellner, op. cit., p. 221.

<sup>34</sup> Vgl. formule (21).

<sup>35</sup> De definities van R. F. Harrod en Mrs. J. Robinson stemmen in dit opzicht met die van J. R. Hicks overeen.

<sup>36</sup> H. A. J. Green, art. cit., p. 69.

<sup>37</sup> Vgl. M. Blaug, *A survey of the theory of process-innovations*, *Economica*, februari 1963.



doet zich voor, indien de technische vooruitgang als een proportionele verschuiving van de produktiefunctie (c.q. van het isoquantenstelsel) wordt opgevat. Of een kapitaalbesparende ontwikkeling tot een hoger reëel loon leidt, hangt in dat geval van de substitutielelasticiteit van produktiefactoren af.<sup>38</sup> Indien deze grootheid kleiner dan één is, wat, zoals wij reeds opmerkten, op grond van statistische onderzoeken realistisch lijkt, kunnen kapitaalbesparende vindingen inderdaad een loonstijging veroorzaken, zodat de redenering van Fellner onder deze omstandigheden opgaat.

## 2.6. *Het distributie-effect*

De theorieën van Mrs. J. Robinson,<sup>39</sup> N. Kaldor<sup>40</sup> en D. G. Champernowne<sup>41</sup> vertonen op diverse punten overeenkomst. Het meest opvallende is echter wel, dat de drie genoemde schrijvers dezelfde spaarfunctie hanteren, terwijl deze functie een centrale plaats in hun analyses inneemt. De genoemde schrijvers postuleren (in navolging van Marx), dat de kapitaaleigenaren een groter gedeelte van hun inkomen sparen dan de werknemers ( $\sigma_r > \sigma_l$ ). Ter vereenvoudiging wordt ook wel gesteld, dat de arbeiders in het geheel niet sparen, zonder dat deze simplificatie overigens van essentieel belang is.

Mrs. Robinson construeert een tweetal verbanden tussen de groei-voet van kapitaal enerzijds en het rendement anderzijds.<sup>42</sup> Op de eerste plaats wordt een rechte geïntroduceerd, die het verband tussen de groei-voet van de kapitaalgoederenvoorraad en het evenwichtsrendement, dat moet worden gerealiseerd om bij de desbetreffende  $g_k$  gelijkheid van S en I te verkrijgen, weergeeft. Met behulp van de definities van  $g_k$  en van de macro-economische spaarquote kan deze relatie als volgt in formulevorm worden uitgedrukt:

<sup>38</sup> Vgl. TH. C. M. J. van de Klundert, *Groei en inkomensverdeling*, Leiden 1962.

<sup>39</sup> Mrs. J. Robinson, *The accumulation of capital*, Londen, 1956, en Mrs. J. Robinson, *Essays in the theory of economic growth*, op. cit. Zie ook R. Findlay, *The Robinsonian model of accumulation*, *Economica*, februari 1963.

<sup>40</sup> N. Kaldor, *A model of economic growth*, *The Economic Journal*, december 1957 en N. Kaldor, *Capital accumulation and economic growth*, in: *The theory of capital* (red.: F. A. Lutz en D. C. Hague). Londen, 1961. Een meer gecompliceerde versie van het Kaldor-model, waarbij de technische vooruitgang marginaal is opgevat (zie onze paragraaf 3.3), is te vinden in: N. Kaldor en J. A. Mirrlees, *A new model of economic growth*, *The Review of Economic Studies*, juni 1962.

<sup>41</sup> D. G. Champernowne, *Capital accumulation and the maintenance of full employment*, *The Economic Journal*, juni 1958.

<sup>42</sup> Mrs. J. Robinson, *Essays in the theory of economic growth*, op. cit., pp. 48-49.

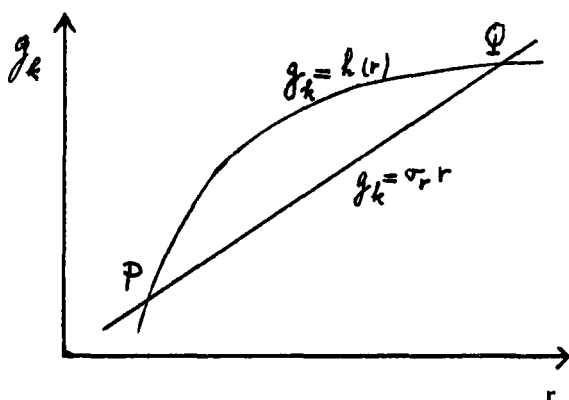
$$g_k = \frac{\sigma}{\kappa} = \frac{(1 - \lambda)\sigma_r + \lambda\sigma_l}{\kappa} = \frac{(1 - \lambda)(\sigma_r - \sigma_l) + \sigma_l}{\kappa} = (\sigma_r - \sigma_l)r + \frac{\sigma_l}{\kappa} \quad (25)$$

Indien de arbeiders niet sparen gaat deze relatie over in:

$$g_k = \sigma_r r. \quad (26)$$

Vervolgens definieert de schrijfster een gedragsrelatie, namelijk: „the rate of accumulation as a function of the rate of profit that induces it”. De achtergrond ervan is het ondernemersgedrag. Naarmate het rendement hoger is, zullen de ondernemers meer kapitaal willen accumuleren. Vanwege zoiets als „the lack of animal spirits” heeft deze functie echter een degressief verloop (zie figuur 1). In algebraïsche termen zullen wij naar deze functie refereren als:

$$g_k = h(r) \quad (27)$$



Figuur 1

Volgens Mrs. Robinson hebben de vergelijkingen (26) en (27) twee oplossingen. Het snijpunt P van beide functies geeft echter een instabiël evenwicht weer. Links van dit punt is het potentiële evenwichtsrendement zo laag, dat de ondernemers het er niet voor willen doen. Rechts van P is de situatie omgekeerd. De ondernemers zijn bij het verkregen rendement bereid  $g_k$  te verhogen. Voorbij punt Q wordt een versnelling van de accumulatie in de ogen van de ondernemers echter onaantrekkelijk.

De ordinaat van punt Q geeft derhalve de *gewenste groeivoet* weer, een concept dat volgens Mrs. Robinson equivalent is met Harrod's

$g_w$ . Een confrontatie van de gewenste groeivoet met de natuurlijke opent nu de mogelijkheid tot casuïstiek.<sup>43</sup>

De meest realistische mogelijkheid is ons inziens, dat de natuurlijke groeivoet kleiner is dan de gewenste, terwijl de ondernemers een acceptabel rendement maken. Deze situatie typeert de schrijfter als een „restrained golden age”. De ondernemers zullen zonder mankeren de besparingen absorberen. Sterker nog zij zullen trachten met behulp van kredieten méér te investeren. Het enthousiasme dient dan ook met behulp van interestverhogingen en andere monetaire maatregelen te worden beteugeld, omdat anders de kredietexpansie een te grote omvang aanneemt.

Opgemerkt kan worden dat de definitie van de gewenste groeivoet problematisch is.<sup>44</sup> Waarom zouden de ondernemers bij een hoog rendement een zo sterk afzwakkende accumulatie-drang hebben? Ongetwijfeld zijn hier allerlei institutionele en menselijke factoren in het geding, die geen exacte uitspraken toelaten. Maar is het onredelijk te veronderstellen, dat een afzwakking van de accumulatie-drang pas bij zeer hoge, in de werkelijkheid (nog) niet voorkomende, rendementen zal optreden? Wij geloven van niet. Daarvoor is immers het streven naar een steeds grotere materiële welvaart te wijd verbreid in ons westers cultuurpatroon. In dit verband zij herinnerd aan een typerende uitspraak van M. Abramovitz: „There is no specific instinct for capital accumulation; but there is in humans a powerful stream of moldable energy; and it is in the particular cultures in which prime value is attached to money that this stream becomes harnessed to the process of accumulation and that the drive for income becomes (more or less) insatiable”.<sup>45</sup>

Een nadere analyse van Mrs. Robinson's gedachtenschema leidt dus tot de conclusie, dat gestadige groei met volledige inschakeling van produktiefactoren waarschijnlijk mag worden geacht. Toch werd met geen woord gerept over substitutie van produktiefactoren, geïnduceerde technische vindingen of het Pigou-effect. Waaruit bestaat dan het evenwichtsscheppende mechanisme in dit model? Op deze vraag zullen wij nu aan de hand van Kaldor's fameuze groeitheorie een antwoord geven.

Bij Kaldor is de macro-economische kapitaalcoëfficiënt een con-

<sup>43</sup> Zie Mrs. J. Robinson, *Essays in the theory of economic growth*, op. cit., pp. 51-59.

<sup>44</sup> De gewenste groeivoet speelt bij de verklaring van het structurele evenwicht geen rol, zoals bij de behandeling van de modellen van Kaldor en Champenowne nog zal blijken, en is daarom ook geen substituuut voor de verantwoorde groeivoet  $g_w$ .

<sup>45</sup> M. Abramovitz, *Economics of growth*, art. cit., p. 159.

stante grootheid.<sup>46</sup> Als deze gegeven is, kan vergelijking (25) zonder bezwaar worden geïnterpreteerd als de formule voor de verantwoorde groeivoet. De natuurlijke groeivoet wordt bepaald door de coëfficiënten van de zo geheten „technical progress function”, welke relatie als substituut voor de produktiefunctie dient.<sup>47</sup>

In het geval, dat  $g_w > g_n$  is, mag van een structurele arbeid-schaarste worden gesproken. Een gevolg hiervan is een stijging van het reële loon en een dienovereenkomstige daling van het rendement. Deze redistributie impliceert een geringer aanbod van besparingen, omdat de loontrekkers een kleiner gedeelte van hun inkomen sparen dan de kapitaalinkomensontvangers. Het distributie-effect draagt aldus tot herstel van het structurele groei-evenwicht bij.

Voor de alternatieve mogelijkheid  $g_w < g_n$  kan een analoge rede-nering worden opgesteld. Arbeid wordt nu goedkoper en het rende-ment stijgt, zodat de besparingen en daarmee  $g_w$  toenemen.

Het min of meer postuleren van een constante kapitaalcoëfficiënt verschaft de besproken theorie een op het eerste gezicht wankel-e basis. Deze moeilijkheid geldt a fortiori voor de theorie van Cham-pernowne, die volgens D. H. Robertson de lezer verrast met: „A niche, albeit a somewhat shadowy one, for marginal productivity”.<sup>48</sup> Champernowne gaat namelijk uit van een neo-klassieke produktie-functie. Niettemin definieert hij de verantwoorde groeivoet, in na-volging van Kaldor, volgens formule (25), waarbij  $\kappa$  betrekking heeft op de evenwichtswaarde van de kapitaalcoëfficiënt. Deze coëfficiënt is dus identiek met de  $\kappa$ , die aan de definitie van de natuurlijke groeivoet, volgens de neo-klassieke theorie (en ook volgens Cham-pernowne), ten grondslag ligt.

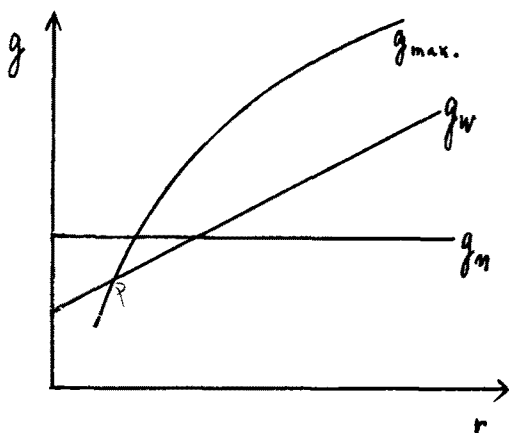
Opmerkelijk is, dat ook Champernowne een functie van dezelfde gedaante als formule (27) hanteert. Deze functie geeft volgens hem de maximaal mogelijke groeivoet weer, die gebaseerd is op de in-vesteringsgeneigdheid van de ondernemers. Champernowne heeft deze relatie uitsluitend nodig om een eventueel optredende seculaire

<sup>46</sup> De auteur motiveert het constant zijn van de kapitaalcoëfficiënt met behulp van een investeringsfunctie, die echter in zijn publicaties nog al eens van gedaante verandert.

<sup>47</sup> De „technical progress function” geeft het degressief toenemend verband tussen de procentuele stijging van de mechanisatiegraad  $\left(\frac{\dot{k}}{k}\right)$  en de daaruit voortspruitende groeivoet van de produktie per hoofd weer. De ligging van deze functie is zodanig, dat de 45°-lijn (vanuit de oorsprong) wordt gesneden. Het desbetreffende snijpunt markeert de situatie van evenwichtige groei bij een constante kapitaalcoëfficiënt.

<sup>48</sup> D. H. Robertson, *Growth, Wages, Money*, The Marshall Lectures for 1960, Cambridge University Press, 1961, pp. 27–28.

stagnatie te kunnen verklaren. Vandaar dat in zijn grafische voorstelling de functies (25) en (27) slechts één snijpunt (in casu punt P) hebben (zie figuur 2).



Figuur 2

De gelijkheid van  $g_w$  en  $g_n$  wordt in het model van de auteur, evenals bij Kaldor en Mrs. Robinson, bewerkstelligt door het distributie-effect. Het bijzondere in Champernowne's analyse is echter, dat substitueerbaarheid van produktiefactoren wordt verondersteld, terwijl toch bij een dalend of stijgend rendement de kapitaalcoëfficiënt constant wordt gehouden.

Een verklaring hiervoor moet in de realiteit worden gezocht. De betekenis van het distributie-effect is gelegen in zijn betrekkelijk snelle werking. Het substitutie-proces vergt de nodige tijd. Bovendien is substitutie om technische redenen niet altijd mogelijk. Dit betekent, dat op „korte termijn” het distributie-effect evenwichtsscheppend werkt, zodat men, om volledige benutting van de produktiefactoren te bereiken, niet behoeft te wachten tot de daarvoor vereiste factorsubstitutie geheel is gerealiseerd.

## 2.7. *Samenvatting en conclusies*

De evenwichtige groei („golden age”) is een fata morgana, of om de beeldspraak nog meer de ruimte te geven: „the conception of equilibrium in economic theory is a methaphor drawn from the relation between bodies in space”.<sup>49</sup> Daarover behoeft weinig verschil van mening te bestaan.

<sup>49</sup> Mrs. J. Robinson, *Essays in the theory of economic growth*, op. cit., p. 76.

Wel in discussie is de vraag naar de *structurele stabiliteit* van het economisch stelsel. Tegenover de visie van Harrod en Domar, dat het groei-evenwicht labiel is, staan vier argumenten, die voor structurele stabiliteit op lange termijn pleiten.

Op de eerste plaats is er het *substitutie-effect*, d.w.z. het resultaat van diepte-investeringen of het tegengestelde hiervan, dat ongetwijfeld een rol van betekenis speelt. Het zal echter over het algemeen geruime tijd in beslag nemen voordat de substitutie in voldoende mate is gerealiseerd en de macro-economische kapitaalcoëfficiënt zich heeft aangepast.

Hier staat tegenover, dat het *distributie-effect*, d.w.z. de veranderingen in de nationale spaarquote tengevolge van wijzigingen van de categoriale inkomensverdeling, op korte termijn stabiliserend kan werken. De noodzaak tot substitutie wordt door een aanpassing van de spaarquote in bovenbedoelde zin gemitigeerd.

Het *effect van de geïnduceerde technische vindingen* is in theorie nog onvoldoende uitgewerkt. Ook de empirie verschaft geen eenduidige uitkomsten als het gaat om de aard van de technische vooruitgang.<sup>50</sup> Mogelijk dat verdere studie hier opheldering brengt. Vooralsnog zijn de verwachtingen van een aantal economen in dit opzicht hooggestemd.

Minder optimistisch daarentegen zijn de meningen over de betekenis van het *gedynamiseerde Pigou-effect*. Ondanks alle bezwaren mag wellicht van het Pigou-effect toch een, zij het ook bescheiden, bijdrage tot de structurele stabiliteit worden toegekend.

Het evenwichtsscheppende mechanisme kan (in zijn diverse varianten) worden gefrustreerd door een inadequaat werkend loon- en prijssysteem. Een overdreven pessimisme met betrekking tot de flexibiliteit van lonen<sup>51</sup> en prijzen lijkt evenwel ongewettigd. Realistischer klinkt dan ook een mening als die van Abramovitz: „Keynesian theory, . . . , has argued that the process may be frustrated indefinitely either by price rigidities, by adverse expectations, or by inability of workers to affect their real wage rates. More recent writings have revealed the theoretical adequacy of relative prices changes to produce full employment, but have

<sup>50</sup> R. M. Solow vindt voor de Verenigde Staten door de jaren heen grosso modo neutrale technische vooruitgang. Zie R. M. Solow, Technical change and the aggregate production function, The Review of Economics and Statistics, augustus 1957. In tegenstelling hiermede opteert R. W. Resek voor niet-neutraliteit. Zie R. W. Resek, Neutrality of technical progress, The Review of Economics and Statistics, februari 1963.

<sup>51</sup> Zie ook F. Hartog, De vakbeweging als pressiegroep, Economisch-Statistische Berichten, 1 mei 1963.

stressed the probable sluggishness of the process".<sup>52</sup> Waakzaamheid van de zijde van de (economische) autoriteiten blijft dus, mede in verband met *conjunctuurschommelingen* zeker geboden. Visies als die van Harrod en Domar leveren echter een te eenzijdig beeld van de werkelijkheid op.

Tenslotte nog een opmerking naar aanleiding van de structuurpolitiek. Een gevolg van de beschouwingen van Harrod en Domar was, wat C. Clark noemt: „an excessive preoccupation with economic growth, advocacy of unduly simple proposals for obtaining it”.<sup>53</sup> Recente studies maken daarentegen duidelijk, dat de wens tot versnelling van de groei ( $g_n$ ) een rijkgeschakeerd en wel overwogen overheidsbeleid vergt.<sup>54</sup> Dit stelt ook aan de theorie zware eisen. In de volgende paragraaf zal daarom worden nagegaan, welke nieuwe inzichten de verbouwingen van het neoklassieke model inmiddels hebben opgeleverd.

### 3. *Variaties op de produktiefunctie*

In de recente literatuur over de economische groei is veel aandacht besteed aan de produktiestructuur. Ingewikkelde modellen werden geconstrueerd en het zou vele kolommen vergen om een zo kleurrijk excerceren enigszins verantwoord samen te vatten. Er is echter een mogelijkheid, ook in vrij kort bestek, een indruk te geven van de allernieuwste groeitheorie door de inhoud boven de vorm te laten prevaleren. Wij zullen deze theorie hier groeperen naar drie ons inziens centrale thesen. Elk van deze stellingen zullen wij vervolgens met, voorzover mogelijk, eenvoudige wiskundige hulpmiddelen toelichten.

Een vraag, die vele pennen in beweging heeft gezet is deze. Is er een bepaald niveau van de besparingen, dat uit het oogpunt van zoveel mogelijk welvaart gewenst is, m.a.w. bestaat er een optimale spaarquote? In beschouwingen van oudere datum werd de oplossing van dit probleem in de sfeer van een nutsmaximalisatie gezocht.<sup>55</sup> Het hanteren van een ophemiliteitsfunctie heeft zijn char-

<sup>52</sup> M. Abramovitz, *Economics of growth*, art. cit., p. 137.

<sup>53</sup> C. Clark, *Growthmanship*, Horbart Paper 10, Londen 1962, p. 12.

<sup>54</sup> Vgl. E. F. Denison, *How to raise the high-employment growth rate by one percentage point*, *The American Economic Review*, mei 1962, en W. A. Eltis, *Investment, technical progress, and economic growth*, *Oxford Economic Papers*, maart 1963.

<sup>55</sup> Zie J. Tinbergen, *The optimum rate of saving*, *The Economic Journal*, december 1956 en J. Tinbergen, *Optimum saving and utility maximisation over time*, *Econometrica*, april 1960; zie verder C. C. von Weizsäcker, *Wachstum, Zins und optimalen Investitionsquote*, Tübingen, 1962, pp. 67-76.

me, maar is weinig bevorderlijk voor het realiteitsgehalte van de theorie. In de neoklassieke groeitheorie daarentegen komt de optimale spaarquote te voorschijn als „a theorem about technology and production”, zoals Samuelson opmerkt.<sup>56</sup> Het is een kwestie van inzet-afzet, waarbij een zo hoog mogelijke consumptie doelwit is.

In de comparatief-statische analyse neemt het leerstuk van de schaalbesparingen bij een vergroting van de produktie-omvang een vaste plaats in. Logischerwijze hoort het onderwerp echter in een dynamische beschouwingswijze thuis. Het is dan ook vanzelfsprekend, dat de „economies of scale” nu en dan in de groeitheorie paraisseren. Er zitten belangrijke conclusies aan vast met betrekking tot de factorinzetten en heel in het bijzonder voor wat betreft de produktiefactor arbeid.

Tenslotte zullen wij in deze paragraaf nog uitvoerig ingaan op een feit, dat reeds lang bekend was, maar geruime tijd een formele behandeling moest ontberen. Wij bedoelen het vraagstuk van de marginale technische vooruitgang.<sup>57</sup> Hieronder wordt een technische vernieuwing verstaan, die slechts dank zij het in gebruik nemen van nieuwe machines gerealiseerd kan worden. Het woord marginaal staat in tegenstelling tot integraal. Het was tot voor kort in de modellenbouw gemeengoed de technische vooruitgang integraal op te vatten, d.w.z. te betrekken op alle bestaande kapitaalgoederen. Daarbij zat de gedachte op de achtergrond, dat de technische vooruitgang veelal van organisatorische aard was, zodat de wel zeer werkelijkheidsvreemde veronderstelling, dat de oude machines weer eens werden opgesmolten om daarna opnieuw te worden geboetseerd, kon worden vermeden.<sup>58</sup>

### 3.1. *De optimale spaarquote*

De vraag naar de optimale spaarquote is „implicit in the comparison of golden ages with the same rate of growth and different thriftiness conditions”, zoals Mrs. Robinson kernachtig weet te zeggen.<sup>59</sup> Hoewel de neo-klassieke theorie tot verrassing van velen postuleerde, dat op lange termijn de spaarquote geen invloed heeft

<sup>56</sup> P. A. Samuelson, Comment, *The Review of Economic Studies*, juni 1962, p. 251.

<sup>57</sup> Zie de bovengenoemde werken van Mrs. J. Robinson. Ook Kaldor's „technical progress function” is bedoeld als een alliantie van technische vooruitgang en kapitaal-accumulatie, maar versluiert als zodanig meer dan zij openbaart.

<sup>58</sup> Laatstgenoemde hypothese wordt expressis verbis gemaakt door J. E. Meade, op. cit., waarvoor hij dan ook de nodige kritiek oogstte.

<sup>59</sup> Mrs. J. Robinson, A neo-classical theorem, *The Review of Economic Studies*, juni 1962, p. 226; herdrukt in: *Essays in the theory of economic growth*, op. cit.



op de groeivoet van het nationale produkt, werd daarmee geenszins gezegd, dat de besparingen irrelevant zouden zijn voor de omvang van het reële produkt op een bepaald tijdstip. Een hogere spaarquote leidt altijd tot een grotere mechanisatiegraad en derhalve tot een grotere produktie per hoofd.<sup>60</sup>

Een dergelijke produktiviteitswinst tengevolge van meer besparingen wordt bij toepassing van de Cobb-Douglas functie in elke denkbare situatie genoten. Dit mag echter niet tot de conclusie leiden, dat er dan maar zoveel mogelijk bespaard moet worden. Meer besparingen betekenen immers minder consumptie. En de welvaart wordt nu eenmaal bepaald door wat er op tafel komt. Men dient derhalve zoveel te besparen, dat de consumptie per hoofd maximaal is. Het resultaat van deze maximalisatie is van verbluffende eenvoud en de primeur ervan staat, voorzover wij konden nagaan, op naam van P. J. Verdoorn, die een aantal jaren geleden zijn lezers voorhield: „It is easy to verify that the level of income available for consumption cannot be increased any more by increasing  $\sigma$  as soon as the latter surpasses the numerical value of  $\mu$ ”.<sup>61</sup> De spaarquote is dus optimaal als deze gelijk is aan de produktie-elasticiteit van kapitaal.

Inmiddels is de stelling op verschillende manieren wiskundig uitgewerkt.<sup>62</sup> Op deze plaats zullen wij de illustratieve presentatie van J. E. Meade volgen, zonder nochtans het complete formule-werk te etaleren.<sup>63</sup>

Bewezen kan worden, dat het verband tussen de nationale spaarquote en het nationaal produkt in geval van een evenwichtige expansie (gebaseerd op de C.-D. functie) de volgende eigenschap bezit:<sup>64</sup>

$$\frac{\partial y}{\partial \sigma} = \frac{\mu}{1 - \mu} \cdot \frac{y}{\sigma}, \quad \text{indien } \mu < 1 \quad (28)$$

<sup>60</sup> Vgl. F. de Roos en D. B. J. Schouten, op. cit., pp. 144–148, en D. B. J. Schouten, De economische groei in de westerse wereld, Preadvies van de Vereniging voor de Staatshuishoudkunde, 's-Gravenhage, 1962, p. 12.

<sup>61</sup> P. J. Verdoorn, The role of capital in long term projection models, Cahiers Economiques de Bruxelles, oktober 1959, p. 57.

<sup>62</sup> E. S. Phelps, The golden rule of accumulation, The American Economic Review, september 1961, C. C. von Weizsäcker, op. cit.; verder D. G. Champenowne, Some implications of golden age conditions when savings equal profits; J. Black, Technical progress and optimum savings, alsmede de „Comments” van N. Kaldor, P. A. Samuelson en R. M. Solow, alle in: The Review of Economic Studies, juni 1962; zie ook C. C. von Weizsäcker, Bemerkungen zu einem „Symposium” über Wachstumstheorie und Produktionsfunktionen, Kyklos, 1963, nr. 3.

<sup>63</sup> J. E. Meade, op. cit., p. 112, en J. E. Meade, The effect of savings on consumption in a state of steady growth, The Review of Economic Studies, juni 1962.

<sup>64</sup> Zie appendix 1 van dit artikel.

Het behoeft verder weinig toelichting, dat de reële consumptie gedefinieerd kan worden als:

$$c = (1 - \sigma)y \quad (29)$$

Uit deze vergelijking kan onmiddellijk met behulp van de regels voor het differentiaalrekenen worden afgeleid:

$$\frac{\partial c}{\partial \sigma} = (1 - \sigma) \frac{\partial y}{\partial \sigma} - y \quad (30)$$

Substitutie van (28) in (30) heeft tot resultaat:

$$\frac{\partial c}{\partial \sigma} = \left[ \frac{(1 - \sigma)\mu}{(1 - \mu)\sigma} - 1 \right] y$$

welke vergelijking na vermenigvuldiging van beide leden met  $\frac{\sigma}{c}$  en invoeging van (29) overgaat in:

$$\frac{\partial c}{\partial \sigma} \cdot \frac{\sigma}{c} = \frac{\mu - \sigma}{(1 - \mu)(1 - \sigma)}. \quad (31)$$

De consumptie is derhalve bij de evenwichtige expansie maximaal, indien:  $\sigma = \mu$ .

Een alternatief voor deze uitspraak is de stelling, dat de hoogst mogelijke consumptie wordt bereikt op het moment, dat de grensproductiviteit van kapitaal gelijk is aan de natuurlijke groeivoet. Deze these onderstreept het *technisch* karakter van de onderhavige problematiek en was voor P. A. Samuelson aanleiding de stelling als een bijzonder geval van het Von Neumann model op te vatten. Hoe dit ook moge zijn, een nadere beschouwing maakt duidelijk, dat de gereleveerde alternatieve formulering van het theorema de kern van de zaak beter treft.

Dat de beide uitspraken alternatieven zijn, kan overigens gemakkelijk worden aangetoond:

$$\mu = \frac{\partial y}{\partial k} \cdot \frac{k}{y} = \frac{\partial y}{\partial k} \cdot \kappa \quad (32)$$

$$g_n = \frac{\sigma}{\kappa} \text{ (evenwichtige groei)} \quad (33)$$

Dus  $\sigma = \mu$  is equivalent met:

$$\frac{\partial y}{\partial k} = g_n \quad (34)$$

Is de som van de produktie-elasticiteiten gelijk aan één ( $\mu = 1 - \lambda$ ), dan is toepassing van de grensproduktiviteitstheorie geoorloofd, zodat de consumptie gemaximaliseerd wordt bij een rendement gelijk aan de natuurlijke groeivoet. Een dergelijk resultaat wordt altijd bereikt als de kapitaaleigenaren niet consumeren en de werknemers niet sparen. Een en ander kan met behulp van de vergelijkingen (25), (33) en (34) worden geverifieerd. Men dient echter steeds in het oog te houden dat „profit, as a kind of income receipt, has nothing to do with it; neither does it matter who saves what. The rate of profit enters only as we take it to be a measure of the value of the marginal product of a dollar's worth of capital”.<sup>65</sup>

Indien het er niet toe doet, wie spaart kan ook de overheid de optimale hoogte van de besparingen verwezenlijken. De te volgen politiek is in principe niet zo moeilijk in het geval, dat het aandeel der niet-arbeidsinkomens beschouwd mag worden als een goede benadering voor de produktie-elasticiteit van kapitaal. In een dergelijk geval kan de overheid streven naar een macro-economische spaarquote  $\sigma = 1 - \lambda$  en wel op een zodanige wijze, dat zij de particuliere besparingen aanvult dan wel compenseert (voorzover de laatste eventueel te hoog zouden zijn).

Een nadere analyse van deze suggestie brengt echter een aantal bezwaren aan het licht, die wij hieronder puntsgewijze zullen samenvatten:

- De preferenties (van de overheid en de onderdanen) voor toekomstige ten opzichte van tegenwoordige consumptie kunnen van het optimale spaarpatroon afwijken;
- Ook in het geval van schaalbesparingen gaat het theorema op, mits  $\mu < 1$  is. De overige inkomensquote is dan echter niet noodzakelijk gelijk aan de produktie-elasticiteit van kapitaal. Deze produktie-elasticiteit is moeilijk meetbaar, zodat een concrete vorm voor het beleid ontbreekt;
- Een soortgelijk vraagstuk doet zich voor, indien op de markten monopolistische concurrentie een veel voorkomend verschijnsel is. De macro-economische monopoliegraad zou dan bekend moeten zijn.<sup>66</sup> De bepaling hiervan is al evenmin mogelijk;

<sup>65</sup> R. M. Solow, Comment, The Review of Economic Studies, juni 1962.

<sup>66</sup> Wordt de monopoliegraad door de letter  $\tau$  voorgesteld, dan kan worden geschreven:

$$\frac{L}{Y} = \frac{\lambda}{1 + \tau}, \quad \frac{R}{Y} = \frac{1 - \lambda}{1 + \tau} \quad \text{en} \quad \frac{W}{Y} = \frac{\tau}{1 + \tau}$$

( $L$  = loonsom,  $R$  = kapitaalinkomen en  $W$  = winstsom). De quote van de „overige inkomens” is dan:

$$\frac{R}{Y} + \frac{W}{Y} = 1 - \frac{\lambda}{1 + \tau}.$$

- d. Indien de produktiefunctie *niet continu* is, terwijl van schaalbesparingen wordt geabstraheerd, kan de kapitaalinkomensquote toch in bepaalde gevallen verschillen van de produktieelasticiteit van kapitaal;<sup>67</sup>
- e. Een belangrijk bezwaar is verder, dat de veronderstelde „gouden eeuw” een fictie is. In de werkelijkheid zullen met name technische vindingen van niet neutrale aard het beeld vertroebelen en het vinden van de optimale spaarquote tot een moeilijke opgave maken;
- f. Tenslotte kan worden geconstateerd, dat de optimale besparingen tot een zodanig laag rendement kunnen leiden, dat de stabiliteit van de expansie in gevaar komt.<sup>68</sup>

In verband met de opgesomde bezwaren en overwegende, dat de besparingen in de westerse volkshuishoudingen reeds hoog zijn, luidt onze conclusie, dat het streven naar een optimale spaarquote in bovenbedoelde zin in de genoemde landen weinig opportuun lijkt. Het manipuleren van de overheidsbesparingen tot een zodanig peil, dat de nationale spaarquote overeenstemt met het aandeel der niet-arbeidsinkomens (van  $\pm 25\%$ ) biedt alsdan geen garantie voor een stijging van de welvaart (consumptie per hoofd).

### 3.2. *Besparingen door produktie op grote schaal*

Het veelal gebruikelijke abstraheren van besparingen bij produktie op grote schaal in de Cobb-Douglasfunctie heeft zijn motief. De grensproduktiviteitstheorie laat immers in het geval van schaalbesparingen verstek gaan. En omdat dit leerstuk volgens velen voor de verdelingstheorie onmisbaar is <sup>69</sup>, ziet men meestal van de „economies of scale” af.<sup>70</sup>

Niettemin zijn er redenen aan te wijzen, die optreden van schaalbesparingen bij de economische groei geloofwaardig doen schijnen.

<sup>67</sup> Zie P. A. Samuelson, Parable and realism in capital theory: The surrogate production function, en zijn „Comment” in: The Review of Economic Studies, juni 1962.

<sup>68</sup> Zie het cijfervoorbeeld op p. 14; zie ook P. A. Samuelson in zijn bovengenoemde „Comment”, p. 253.

<sup>69</sup> Vlg. H. A. J. Green, art. cit., p. 68: „With great respect to Mr. Kaldor, we are still inclined to regard the marginal productivity theory as the best theory of distribution we have”, en F. A. Lutz, Introduction, in: The theory of capital (red.: F. A. Lutz en D. C. Hague), Londen, 1961, p. XIII.

<sup>70</sup> Een mogelijke oplossing is de veronderstelling, dat er in de economie monopolistische concurrentie heerst, zodat de produktiefactoren niet volgens de waarde van hun grensprodukt worden gehonoreerd. Zie J. Tinbergen en H. C. Bos, Mathematical models of economic growth, New York, 1962, p. 37. Schaalbesparingen worden ook geanalyseerd door Mrs. I. Adelman, Theories of economic growth and development, Stanford University Press, 1961. De schrijfster veronderstelt daarnaast:  $\sigma_1 = 0$ , zodat in de evenwichts-

In de loop van de tijd zullen ongetwijfeld steeds bedrijven op weg zijn naar hun optimale grootte. De oorzaak hiervan is voornamelijk van institutionele aard. Legislatieve maatregelen (grotere soepelheid ten aanzien van kartels e.d.), doorbreking van „Malthusiaanse” monopolieposities en ontsluiting van markten (E.E.G.-effect) kunnen de optimale bedrijfsgrootte in gunstige zin beïnvloeden. De schaalbesparingen zijn in dergelijke gevallen een functie van de produktie-omvang op een bepaald tijdstip.

Van andere aard is het produktiviteitsaccres, dat rechtstreeks verbonden is met de gecumuleerde produktie. De achtergrond hiervan is het zgn. leerproces. Naarmate een produkt vaker is voortgebracht, zal de „verspilling” geringer zijn. Vanwege de tijdsdimensie verbonden met het leerproces relateert men deze produktiviteitsstijging meestal aan de gecumuleerde produktie.<sup>71</sup> K. J. Arrow <sup>72</sup> geeft nochtans de voorkeur aan de gecumuleerde investeringen om daarmee te accentueren, dat het leerproces steeds weer opnieuw moet beginnen, omdat anders asymptotisch een zeker verzadigingspunt wordt bereikt, waarbij verdere verbeteringen futiel zijn. De gecumuleerde investeringen zijn een betere maatstaf volgens Arrow, omdat elke nieuwe machine in staat is de omgeving te veranderen, waardoor nieuwe stimulansen voor het leerproces ontstaan.

In het kader van een model kunnen de beschreven effecten met behulp van een C.-D. functie worden geanalyseerd, onder de veronderstelling dat  $\lambda + \mu > 1$  is. Een additionele hypothese, in casu  $\mu < 1$  is noodzakelijk, omdat anders geen evenwichtige expansie kan worden bereikt. Overigens geldt deze laatste hypothese in de literatuur als realistisch.

Op analoge wijze als in paragraaf 2.3, kan nu worden aangetoond, dat de natuurlijke groeivoet, c.q. het perunage van de evenwichtige groei, gelijk is aan:<sup>73</sup>

$$g_n = \frac{\lambda\pi + \varepsilon}{1 - \mu} \quad (35)$$

situatie op lange termijn geldt:  $r = \frac{g_n}{\sigma_r}$  [vergelijk formule (26)].

Weliswaar is dan het rendement bepaald, maar zowel de nationale spaarquote als de macro-economische kapitaal-coëfficiënt blijven ongedetermineerd. Daaruit volgt, dat de categoriale inkomensverdeling en dus ook de reële loonvoet onbekend zijn.

<sup>71</sup> Zie P. J. Verdoorn, art. cit.

<sup>72</sup> K. J. Arrow, The economic implications of learning by doing, The Review of Economic Studies, juni 1962.

<sup>73</sup> Zie ook P. J. Verdoorn, art. cit., Appendix.

Uit vergelijking (35) kan worden gedistilleerd:

$$\frac{\partial(g_n - \pi)}{\partial \pi} = \frac{\lambda}{1 - \mu} - 1 > 0 \quad (36)$$

Derhalve kan worden geconcludeerd, dat een stijging van de bevolkingsaanwas op den duur tot een groter accres van het reële nationale inkomen per hoofd zal leiden. Op lange termijn zal derhalve het spaaroffer, dat voor een grotere bevolking gebracht moet worden,<sup>74</sup> ruimschoots worden overtroffen. De bevolkingsgroei heeft dus een positief effect op de productiviteit, indien in een volkshuishouding potentiële schaalbesparingen kunnen worden gerealiseerd.

Het spaaroffer, waarvan zo even sprake was, kan uit de evenwichtsbetrekking:

$$\frac{\sigma}{\kappa} = \frac{\lambda\pi + \varepsilon}{1 - \mu} \quad (37)$$

worden afgeleid. Partiële differentiatie van de spaarquote naar de bevolkingsgroei geeft immers:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \pi} = \frac{\lambda \kappa}{1 - \mu} \left( \frac{\partial \sigma}{\partial \pi} = \kappa, \text{ indien } \lambda + \mu = 1 \right) \quad (38)$$

### 3.3. *De marginale technische vooruitgang*<sup>75</sup>

De kapitaalgoederenvoorraad zal thans niet meer als een homogene massa worden opgevat. In plaats daarvan veronderstellen wij, dat alle existerende kapitaalgoederen op tijdstip  $t$  gekenmerkt worden door een specifieke jaargang ( $k_v$ ). De suffix  $v$  heeft betrekking op het tijdstip, dat de bruto-investeringen plaatsvonden, die tot de kapitaalvorming van de desbetreffende jaargang hebben geleid. De omvang van een jaargang wordt bepaald door het volume van de bedoelde bruto-investeringen, alsmede door de fysieke depreciatie ( $\delta$  100% per jaar) van de kapitaalgoederen in de loop van de tijd.

<sup>74</sup> Een ander nadelig effect van een versnelde bevolkingsgroei is de ongunstige leeftijdsopbouw van de totale bevolking, waardoor het percentage beroepsbeoefenaren kleiner wordt. Vgl. P. de Wolff, op. cit., p. 41. In dit artikel betrekken wij uitsluitend de groei van de beroepsbevolking in de beschouwing. Duidelijk is echter, dat bij schaalbesparingen, zoals in de tekst geanalyseerd, op den duur aan een grotere bevolkingsgroei *altijd* voordelen verbonden zijn.

<sup>75</sup> In deze paragraaf zijn wij vanwege de behandelde materie genoodzaakt zwaarder wiskundig geschat in stelling te brengen. Tevens wordt het nu noodzakelijk de economische variabelen te voorzien van een tijdsindex.

In symbolen:

$$k_v(t) = I(v)e^{-\delta(t-v)} \quad (p = 1) \quad (39)$$

Elke jaargang heeft zijn eigen produktiviteit, omdat de technische vooruitgang in de kapitaalgoederen van verschillende ouderdom geïncorporeerd is (R. M. Solow spreekt van „embodied” <sup>76</sup>). Dit heeft tot gevolg, dat er voor elke jaargang een produktiefunctie is. Gemakshalve gaat men daarbij meestal uit van de C.-D. functie, onder abstractie van schaalbesparingen en met dezelfde exponent voor iedere jaargang:<sup>77</sup>

$$y_v(t) = v e^{\varepsilon v} l_v^\lambda(t) k_v^{1-\lambda}(t) \quad (40)$$

Het totale produktieresultaat wordt verkregen door optelling van de produktievolumina van alle jaargangen, hetgeen vanwege de veronderstelde continuïteit neerkomt op een integratie van (40):

$$y(t) = v \int_{-\infty}^t e^{\varepsilon v} l_v^\lambda(t) k_v^{1-\lambda}(t) dv \quad (41)$$

Formule (41) is zonder nadere veronderstellingen niet meer te vereenvoudigen. Een oplossing voor deze moeilijkheid biedt Solow's hypothese, dat het grensprodukt van arbeid over alle jaargangen genivelleerd wordt.<sup>78</sup> Deze auteur veronderstelt dus, in tegenstelling tot schrijvers als Mrs. J. Robinson,<sup>79</sup> L. Johansen<sup>80</sup> en B. F. Massell,<sup>81</sup> dat ex-post (d.w.z. nadat de machines eenmaal geconstrueerd zijn) substitutie, in de vorm van een verplaatsing van arbeid, mogelijk blijft. Daar natuurlijk mag worden aangenomen, dat alle arbeiders hetzelfde loon ontvangen, betekent dit dat het grensprodukt inderdaad genivelleerd wordt. Een loonstijging impliceert onder deze omstandigheden, dat arbeid van relatief oudere jaargangen naar de meest recente wordt gerealloceerd. Nivellering van de waarde der marginale produkten houdt, bij een constante produktie-elasticiteit van arbeid  $\lambda$ , nivellering van de gemiddelde

<sup>76</sup> R. M. Solow, Investment and technical progress, in: Mathematical Methods in the Social Sciences, 1959 (red.: K. J. Arrow, S. Karlin en P. Suppes), Stanford University Press, 1960.

<sup>77</sup> De letter  $y$  heeft hier op het *bruto*-produktievolumen betrekking; zie ook noot 23.

<sup>78</sup> R. M. Solow, Investment and technical progress, art. cit., p. 92.

<sup>79</sup> Mrs. J. Robinson, The accumulation of capital, op. cit., en Mrs. J. Robinson, Essays in the theory of economic growth, op. cit.

<sup>80</sup> L. Johansen, Substitution versus fixed production coefficients in the theory of economic growth: a synthesis, *Econometrica*, april 1959.

<sup>81</sup> B. F. Massell, Investment, innovation, and growth, *Econometrica*, april 1962.

produkten in:<sup>82</sup>

$$\frac{l_v(t)}{y_v(t)} = \frac{l(t)}{y(t)} \quad (42)$$

Substitutie van formule (42) in vergelijking (40) en integratie volgens (41) levert op:

$$y(t) = \nu l(t)^\lambda j(t)^{1-\lambda} \quad (43)$$

waarbij

$$j(t) = \int_{-\infty}^t e^{\{\varepsilon/(1-\lambda)\}v} k_v(t) dv = e^{\{\varepsilon/(1-\lambda)\}t} \int_{-\infty}^t e^{-\{\varepsilon/(1-\lambda)\}(t-v)} k_v(t) dv$$

de „effectieve” kapitaalgoederenvoorraad<sup>83</sup> symboliseert. De kapitaalgoederen van iedere jaargang zijn vermenigvuldigd met een specifieke produktiviteitsindex  $e^{\{\varepsilon/(1-\lambda)\}v}$ . Een meer adequaat kapitaalbegrip verkrijgt men, indien men de jaargangen met de desbetreffende produktiviteitsindex *weegt*. De technische vooruitgang wordt dan immers niet zonder meer toegerekend aan de produktiefactor kapitaal. Men dient daartoe  $j(t)$  te delen door de som der multiplicatoren:

$$\int_{-\infty}^t e^{\{\varepsilon/(1-\lambda)\}v} dv = e^{\{\varepsilon/(1-\lambda)\}t},$$

waarna resulteert als kapitaalgoederenvoorraad:

$$m(t) = \int_{-\infty}^t e^{-\{\varepsilon/(1-\lambda)\}(t-v)} k_v(t) dv$$

Vergelijking (43) gaat dan over in:

$$y(t) = \nu e^{\varepsilon t} l(t)^\lambda m(t)^{1-\lambda} \quad (44)$$

Formule (44) is analoog met de traditionele C.-D. produktiefunctie. Hoewel het derhalve plausibel lijkt, dat de evenwichtsgroeivoet, berekend op basis van vergelijking (44), exact gelijk is aan de reeds in paragraaf 2.3 geannocerde groeivoet op lange termijn, roept dit resultaat toch enige vragen op. Waarvoor zijn immers deze ingewikkelde exercities noodzakelijk als het uiteindelijke resultaat toch hetzelfde is? Wat levert het idee, dat de technische vooruitgang geïncorporeerd is eigenlijk op?

<sup>82</sup> Vlg. L. M. Koyck † en Mevr. M. J. 't Hooft-Welvaars, *Economic growth, marginal productivity of capital and the rate of interest*, Nederlandsch Economisch Instituut, Rotterdam, 1962.

<sup>83</sup> Zie ook E. S. Phelps, *The new view of investment: a neoclassical analysis*, *The Quarterly Journal of Economics*, november 1962.



Het antwoord op deze vragen begint bij de analyse van het effect, dat een verhoging van de spaarquote (= investeringsquote) op de economische groei heeft. Een dergelijke verhoging impliceert dat du moment een groter aantal van de meest produktieve machines ter beschikking komt. De kapitaalgoederenvoorraad in zijn geheel wordt dus moderner, waardoor de produktiviteit stijgt. De nieuwe machines van vandaag zijn echter de oude van morgen. Een permanent modernisatie-effect kan alleen worden verkregen als de investeringsquote blijft stijgen!

Op lange termijn is de leeftijdsopbouw van de kapitaalgoederenvoorraad in het onderhavige model een functie van de autonome groeifactoren en de depreciatiefactor. Met E. S. Phelps kunnen wij dan ook concluderen, dat „in the long run, any increase in thrift must rely for its effectiveness upon the prosaic mechanism of capital deepening – of an equiproportionate deepening of capital of every age.”<sup>84</sup>

Het produktievolume op lange termijn is uiteraard bij een gegeven technische ontwikkeling van 100% *lager*, indien deze vooruitgang marginaal wordt opgevat. De asymptotische oplossing voor het (bruto) nationaal produkt luidt in het laatstgenoemde geval:<sup>85</sup>

$$\bar{y}(t) = v^{1/\lambda} l_0 \left[ \frac{\lambda \sigma}{\lambda(\pi + \vartheta) + \frac{\varepsilon}{1 - \lambda}} \right]^{(1-\lambda)/\lambda} e^{(\pi + (\varepsilon/\lambda))t} \quad (45)$$

Bij een integrale interpretatie van de technische vooruitgang komt in de noemer van formule (45) in plaats van de term  $\frac{\varepsilon}{1 - \lambda}$  het symbool  $\varepsilon$  te staan, zodat de noemer kleiner en de breuk inderdaad groter is dan in het geval van een marginale technische ontwikkeling.<sup>86</sup>

Een andere gevolgtrekking, die wij hier eveneens zonder bewijsvoering memoreren betreft het kapitaalrendement in de situatie van een evenwichtige groei. Bewezen kan worden, dat het evenwichtsrendement in het besproken model gelijk is aan:<sup>87</sup>

<sup>84</sup> E. S. Phelps, The new view of investment: a neoclassical analysis, art. cit., p. 537.

<sup>85</sup> Het bewijs hiervoor is te vinden bij L. M. Koyck † en Mevr. M. J. 't Hooft-Welvaars, op. cit., Appendix en E. S. Phelps, The new view of investment: a neoclassical analysis, art. cit., pp. 555–561.

<sup>86</sup> De oplossing voor het model met een integrale technische vooruitgang is weergegeven in appendix 1 (formule 1.11).

<sup>87</sup> Zie L. M. Koyck † en Mevr. M. J. 't Hooft-Welvaars, op. cit., pp. 13–19.

$$r' = \frac{(1 - \lambda) \left( g_n + \vartheta + \frac{\varepsilon}{1 - \lambda} \right)}{\sigma} - \left( \vartheta + \frac{\varepsilon}{1 - \lambda} \right) \quad (46)$$

Daarentegen heeft het rendement bij een integrale technische ontwikkeling de waarde: <sup>88</sup>

$$r = \frac{(1 - \lambda)(g_n + \vartheta)}{\sigma} - \vartheta \quad (47)$$

Uit de formules (46) en (47) volgt nu:

$$r' - r = \left( \frac{1 - \lambda}{\sigma} - 1 \right) \frac{\varepsilon}{1 - \lambda} \quad (48)$$

Beide rendementen zijn aan elkaar gelijk bij de optimale spaarquote  $\sigma = 1 - \lambda$ . Is de spaarquote lager, dan is het rendement in het geval van de marginale technische vooruitgang groter. Hieraan zouden wij twee conclusies willen verbinden. Een hoger rendement bevordert de stabiliteit van de economische expansie. De marginale opvatting van de technische vooruitgang voorziet derhalve de neo-klassieke visie van meer bewijskracht, zolang geldt:  $\sigma < 1 - \lambda$ . Daarnaast moeten wij constateren, dat bij een opvoeren van de spaarquote het rendement volgens formule (46) sneller daalt dan conform vergelijking (47). Uit dien hoofde verkrijgt het bezwaar van conjuncturele aard <sup>89</sup> tegen het streven naar optimale besparingen in het Solow model van de marginale technische ontwikkeling meer nadruk.

Anderzijds blijkt echter, dat in de „marginale visie” het nieuwe evenwichtige groeipad bij een verandering van de spaarquote *sneller* wordt bereikt.<sup>90</sup> Het argument van een mogelijke preferentie voor consumptie in het heden telt dan minder zwaar.

In ieder geval maakt de nieuwe visie op de technische ontwikkeling duidelijk, dat een vergroting van de investeringen op korte termijn de groei aanmerkelijk gunstiger kan beïnvloeden dan men in neo-klassieke modellen van oudere stempel heeft gemeend. Nochtans verdient het geen aanbeveling in een evenwichtig groeiende economie met een spaarquote, die in de buurt van de produktie-

<sup>88</sup> Formule (47) is een extensie van (22). De verwerking van het „afschrijvings-percentage”  $\delta$  is noodzakelijk voor de consistentie met formule (46). Zie ook noot 23.

<sup>89</sup> Zie paragraaf 3.1.

<sup>90</sup> Zie L. M. Koyck † en Mevr. M. J. 't Hooft-Welvaars, op. cit., pp. 24–33, en E. S. Phelps, *The new view of investment: a neoclassical analysis*, art. cit., p. 561.

elasticiteit van kapitaal ligt, het investeringsniveau te verhogen. De grote vraag blijft echter, of de actuele situatie inderdaad door een min of meer evenwichtig expansietempo wordt gekenmerkt en welke produktiefunctie de werkelijkheid het dichtste benadert.<sup>91</sup>

Zoals gezegd, neemt B. F. Massell aan, dat de produktiefactoren ex-post complementair zijn, zodat in zijn model vergelijking (42) komt te vervallen.<sup>92</sup> Daarvoor in de plaats maakt de auteur de veronderstelling, dat het investeringsvolume exponentieel toeneemt:

$$I(t) = I(0)e^{\beta t} \quad (49)$$

Na het stellen van dezelfde hypothesen ten aanzien van bevolkingsaanwas en technische vooruitgang als in het model van Solow, kan worden bewezen dat de geaggregeerde produktie  $y(t)$  met een perunage  $\eta = \varepsilon + (1 - \lambda)\beta + \lambda\pi$  toeneemt. Een constante (bruto-) spaarquote  $\sigma$  impliceert in dit model, dat het investeringsvolume evenredig met de produktie stijgt, dus  $\beta = \eta$ . In een dergelijk geval is het evenwichtsgroeipercentage ook in dit model gelijk aan:

$$\pi + \frac{\varepsilon}{\lambda}.$$

Verder neemt Massell aan, dat alle kapitaalgoederen  $\theta$  jaar mee-gaan en dan aan de kant worden gezet. Tijdens de levensduur is de produktieve capaciteit van de machines constant. Meestal worden de machines vervangen, zo stelt de auteur, om economische redenen. Hoewel de technische kwaliteiten nog aanwezig zijn, worden de complementaire kosten (met name het arbeidsloon) zo hoog, dat de machines geen rendement meer opleveren. Er zijn ook situaties, dat de technische levensduur bepalend is voor de vervanging. In het alternatieve geval, dat de economische levensduur doorslaggevend is, kunnen toch complicaties optreden door kwaliteitsveranderingen van de eindprodukten, of tengevolge van de ondeelbaarheid van de kapitaalgoederen. Massell neemt de levensduur dan ook niet als een interdependente variabele in zijn model op, maar interpreteert  $\theta$  als een gegeven grootheid.

Als evenwichtsoptlossing voor het (bruto) nationaal produkt re-

<sup>91</sup> Het fraaie patroon van een evenwichtige groei is moeilijk te handhaven in een model met meer, sectoren en verschil in inkomenselasticiteiten. Zie bijv. Th. C. M. J. van de Klundert op. cit., hoofdstuk VI. Interessante aspecten, die bij een desaggregatie aan het licht komen, worden vermeld door H. J. Bruton, *Contemporary theorizing on economic growth*, in: *Theories of economic growth* (door B. F. Hoselitz et. al.), Glencoe/Ill., 1960.

<sup>92</sup> B. F. Massell, art. cit.

sulteert in het model van Massell de volgende vorm:<sup>93</sup>

$$\bar{y}(t) = v^{1/\lambda} l_0 \left[ \frac{\lambda \sigma \{1 - e^{-[\pi + (\varepsilon/\lambda)\theta]}\}}{\lambda \pi + \varepsilon} \right]^{(1-\lambda)/\lambda} \cdot \left[ \frac{\pi}{1 - e^{-\pi\theta}} \cdot \frac{1 - e^{-[\pi + (\varepsilon/\lambda)\theta]}}{\pi + \frac{\varepsilon}{\lambda}} \right] e^{(\pi + (\varepsilon/\lambda))t} \quad (50)$$

Een confrontatie van formule (50) met de evenwichtoplossing voor  $\bar{y}(t)$  in een model met integrale technische vooruitgang (appendix 1), alsmede met formule (45), maakt het volgende duidelijk. De uitdrukking tussen het eerste paar grote haken is onafhankelijk van de veronderstelling, dat de technische ontwikkeling geïncorporeerd is, maar wordt natuurlijk wel mede bepaald door de specifieke „afschrijvingshypothese” van het model. Overigens heeft een verhoging van de levensduur  $\theta$  eenzelfde effect als een verlaging van het depreciatiepercentage  $\partial$ , namelijk een verhoging van het produktieniveau.<sup>94</sup> De algebraïsche vorm tussen het tweede duo grote haken is duidelijk kleiner dan één, en brengt tot uitdrukking dat het niveau van de groei bij een marginale technische vooruitgang lager is. [De betekenis van deze uitdrukking stemt dus overeen met de schrijfwijze  $\frac{\varepsilon}{1 - \lambda}$  in plaats van  $\varepsilon$  in formule (45)].

Nu valt echter op, dat in de bedoelde wiskundige vorm van formule (50) het perunage van de bevolkingsgroei  $\pi$  een grote rol speelt. Zodoende ligt het voor de hand de vraag te stellen, welke invloed de bevolkingsaanwas in het onderhavige model van Massell heeft op de economische expansie.

Na deling van de beide leden van vergelijking (50) door  $l(t)$  en het nemen van logaritmen verkrijgt men:

<sup>93</sup> Zie appendix 2.

<sup>94</sup> Indien de bruto-investeringen met een percentage van  $100\beta$  toenemen, kan gemakkelijk worden aangetoond, dat geldt:  $\partial = \frac{\beta}{e^{\beta\theta} - 1}$ . Daar de formules (45) en (50) betrekking hebben op de evenwichtige groei, waarbij de bruto-investeringen met het perunage  $(\pi + \frac{\varepsilon}{\lambda})$  toenemen, is het depreciatie-effect dus in beide formules gelijk. Gegeven een bepaalde levensduur  $\theta$ , kan het afstervingspercentage  $100\partial$  worden berekend (Voor  $\beta = 0,05$  en  $\theta = 7$  verkrijgt men:  $\partial = 0,12$ ; vergelijk het cijfervoorbeeld op p. 38)

$$x(t) = q(t) + \frac{1-\lambda}{\lambda} \left[ \ln \{1 - e^{-(\pi + (\varepsilon/\lambda)\theta)}\} - \ln \left( \pi + \frac{\varepsilon}{\lambda} \right) \right] + \\ + \ln \pi - \ln \{1 - e^{-\pi\theta}\} - \ln \left( \pi + \frac{\varepsilon}{\lambda} \right) + \ln \{1 - e^{-(\pi + (\varepsilon/\lambda)\theta)}\} \quad (51)$$

waarbij

$$x(t) = \ln \frac{\bar{y}(t)}{l(t)} \quad \text{en} \quad q(t) = \ln \nu^{1/\lambda} \sigma^{(1-\lambda)/\lambda} e^{(\varepsilon/\lambda)t}.$$

Partieel differentiëren van  $x(t)$  naar  $\pi$  geeft nu:

$$\frac{\partial x(t)}{\partial \pi} = \frac{1-\lambda}{\lambda} \underbrace{\left[ \frac{\theta}{e^{(\pi + (\varepsilon/\lambda)\theta)} - 1} - \frac{1}{\pi + \frac{\varepsilon}{\lambda}} \right]}_A + \\ + \underbrace{\left[ \frac{1}{\pi} - \frac{\theta}{e^{\pi\theta} - 1} - \frac{1}{\pi + \frac{\varepsilon}{\lambda}} + \frac{\theta}{e^{(\pi + (\varepsilon/\lambda)\theta)} - 1} \right]}_B \quad (52)$$

De factor A is kennelijk negatief. Deze factor geeft dus een ongunstige invloed van de bevolkingsgroei op de produktie per hoofd weer, en is te beschouwen als het correlaat van het reeds genoemde spaaroffer. Daarentegen kan worden aangetoond, dat de factor B positief is.<sup>95</sup> Een snellere bevolkingsgroei impliceert een groter „gewicht” van de relatief produktievere jaargangen in de kapitaal-goederenvoorraad, hetgeen een produktiviteitsverhogend effect heeft.

In het model van Solow<sup>96</sup> heeft de bevolkingsexpansie altijd een negatieve invloed op de produktie per hoofd [zie formule (45)]. Een snellere bevolkingsgroei leidt in dit model, voorzover wij de evenwichtssituatie op lange termijn bezien, tot een andere verdeling van het grotere arbeidsvolume over oude en nieuwe jaargangen. Dit is een gevolg van de veronderstelling, dat het grensprodukt van arbeid met betrekking tot de verschillende jaargangen genivelleerd wordt. Hoe groter de bevolkingsgroei hoe lager het grensprodukt van arbeid, dus hoe meer arbeid met betrekkelijk oudere machines gecombineerd wordt. Het substitutieproces werkt hier ten aanzien

<sup>95</sup> Zie Appendix 3.

<sup>96</sup> R. M. Solow, *Investment and technical progress*, art. cit.

van de factor arbeid op dezelfde wijze als in het traditionele model (met integrale technische vooruitgang). In het Solow model is weliswaar het gewicht van de meer produktieve jaargangen eveneens groter. (Een vergelijking met het genoemde traditionele model kan dit duidelijk maken). Niettemin is het uiteindelijke resultaat van een snellere bevolkingsaanwas een verlaging van de produktiviteit.

Het totale effect van een versnelling van de bevolkingsaanwas hangt in Massell's model van de onderlinge verhouding der gegevens af. Wij zullen trachten met behulp van een cijfervoorbeeld hiervan een *indruk* te geven. Stel:  $\pi = 0,01$ ,  $\varepsilon = 0,03$ ,  $\lambda = 0,75$  en  $\theta = 7^{97}$ , dan volgt hieruit:  $\frac{\partial x(t)}{\partial \pi} = -0,95$ . Pas bij onrealistische waarden voor  $\varepsilon$  heeft de bevolkingsgroei een positieve invloed op de produktiviteit.

Voor de volledigheid vermelden wij nog, dat een berekening met dezelfde cijfers in het Solow model tot de uitkomst  $\frac{\partial x(t)}{\partial \pi} = -1,15$  leidt.<sup>98</sup> De reallocatie van arbeid heeft dus kennelijk niet zoveel invloed.

De besproken modellen van Solow en Massell verdiepen ongetwijfeld het inzicht met betrekking tot het complexe vraagstuk van kapitaalvorming en economische groei. Beide analyses wijzen op realistische gebeurtenissen. Men kan immers constateren, dat het in sommige gevallen mogelijk en gewenst is arbeid van oude naar nieuwe machines over te brengen. Daarnaast neemt men ook veelvuldig waar, dat de eenmaal geconstrueerde apparaturen een vaste bediening vereisen. Om deze gedachtengang nog wat voort te zetten, kan bovendien worden opgemerkt, dat niet alle vernieuwingen van technische aard in de kapitaalgoederen belichaamd zijn. Organisatorische verbeteringen, scholing van arbeid en leerprocessen duiden op een belangrijke bron van integrale technische vooruit-

<sup>97</sup> Indien  $\lambda$  gelijk is aan de loonquote, en de economie evenwichtig groeit, volgt de economische levensduur uit de formule:

$$c(\varepsilon/\lambda)\theta = \frac{1}{\lambda}.$$

In het cijfervoorbeeld geldt dus, dat het rendement van een jaargang na  $7\frac{1}{2}$  jaar gelijk wordt aan nul. Gemakshalve hebben wij gesteld:  $\theta = 7$ . Uit statistische onderzoeken bleek, dat de gemiddelde levensduur van kapitaalgoederen in de Verenigde Staten ongeveer 17 jaar bedraagt (Vgl. E. S. Phelps, *The new view of investment: a neoclassical analysis*, art. cit., p. 560). Hiermede correspondeert een *marginale* technische vooruitgang van slechts 1,3%!

<sup>98</sup> Het corresponderende cijfer voor het traditionele model bedraagt  $-1,96$ .

gang. Bovendien adstrueren onderzoeken als die van E. Lundberg<sup>99</sup> („Horndal-effect") en de door K. J. Arrow genoemde analyses op aeronautisch gebied het belang van de technische ontwikkeling „over de hele linie".

Al deze overwegingen markeren de globale connectie tussen de modellenbouw enerzijds en de empirie anderzijds, waarvan wij in paragraaf 1 gewaagden. Een voorkeur, gebaseerd op het realiteitsgehalte van deze of gene analyse, is daarom moeilijk uit te spreken. Wel kan worden gezegd, dat het in deze paragraaf besproken model van Solow in vergelijking met dat van Massell beter geschikt is voor statistische verkenningen. De indicatieve waarde ervan is daarom groter. Nochtans geldt dit niet met betrekking tot het traditionele model. De statistische resultaten volgens het model met integrale technische vooruitgang doen in betrouwbaarheid niet onder voor die verkregen met de „marginale aanpak." <sup>100</sup> Al met al zijn echter de resultaten van het econometrische onderzoek op het terrein van de groeitheorie nog niet indrukwekkend, hetgeen niet wegneemt dat initiatieven in deze richting zeer te waarderen zijn.

### Appendix 1

Gegeven is het volgende vergelijkingstelsel: \*

$$y = ve^{\epsilon t} l^{\lambda} k^{\mu} \quad (\text{produktiefunctie}) \quad (1.1)$$

$$\sigma y = \dot{k} + \partial k \quad (\text{gelijkheid van bruto-besparingen en bruto-investeringen}) \quad (1.2)$$

$$l = l_0 e^{\pi t} \quad (\text{bevolkingsgroei}) \quad (1.3)$$

Uit (1.1) t/m (1.3) kan vervolgens worden afgeleid:

$$\dot{k} + \partial k = \sigma ve^{(\lambda\pi + \epsilon)t} l_0^{\lambda} k^{\mu} \quad (1.4)$$

Na vermenigvuldiging van alle termen met  $e^{\delta t}$  resulteert:

$$\frac{dke^{\delta t}}{dt} = \sigma ve^{(\lambda\pi + \epsilon + \delta)t} l_0^{\lambda} k^{\mu} \quad (1.5)$$

Substitutie van  $n = ke^{\delta t}$  in (1.5) geeft:

$$\dot{n} = \sigma ve^{\alpha t} l_0^{\lambda} n^{\mu}, \text{ of:}$$

$$\text{waarbij } a = \lambda\pi + \epsilon + (1 - \mu) \partial \quad n^{-\mu} dn = \sigma ve^{\alpha t} l_0^{\lambda} dt, \quad (1.6)$$

<sup>99</sup> Vermeld in: K. J. Arrow, art. cit., p. 156.

<sup>100</sup> Vgl. R. M. Solow, Technical progress, capital formation, and economic growth, The American Economic Review, mei 1962.

\* De tijdsindex (t) bij de variabelen is ook hier weggelaten.

Integratie van (1.6) leidt tot:

$$\frac{n^{1-\mu}}{1-\mu} = \frac{\sigma \nu l_0^\lambda e^{at}}{a} + C, \text{ zodat} \\ n = \left[ \frac{\sigma \nu (1-\mu) l_0^\lambda e^{at}}{a} + C \right]^{1/(1-\mu)} \quad (1.7)$$

Voor  $t = 0$  geldt:

$$C = n_0^{1-\mu} - \frac{\sigma \nu (1-\mu) l_0^\lambda}{a}$$

zodat voor (1.7) kan worden geschreven:

$$k = k_0 e^{-\delta t} \left[ 1 + \frac{\sigma \nu (1-\mu) l_0^\lambda}{a k_0^{1-\mu}} (e^{at} - 1) \right]^{1/(1-\mu)} \quad (1.8)$$

Substitutie van (1.3) en (1.8) in (1.1) geeft als resultaat:

$$y = \nu l_0^\lambda k_0^\mu \left[ 1 + \frac{\sigma \nu (1-\mu) l_0^\lambda}{a k_0^{1-\mu}} (e^{at} - 1) \right]^{\mu/(1-\mu)} e^{(a-\delta)t} \quad (1.9)$$

oftewel:

$$y = \nu l_0^\lambda k_0^\mu \left[ e^{-at} + \frac{\sigma \nu (1-\mu) l_0^\lambda}{a k_0^{1-\mu}} - \frac{\sigma \nu (1-\mu) l_0^\lambda e^{-at}}{a k_0^{1-\mu}} \right]^{\mu/(1-\mu)} e^{(a/(1-\mu)-\delta)t}$$

Voor  $t \rightarrow \infty$  volgt hieruit:

$$\bar{y} = \nu^{1/(1-\mu)} l_0^{\lambda/(1-\mu)} \left[ \frac{\sigma(1-\mu)}{\lambda\pi + (1-\mu)\partial + \varepsilon} \right]^{\mu/(1-\mu)} e^{((\lambda\pi + \varepsilon)/(1-\mu))t} \quad (1.10)$$

Voor  $\lambda + \mu = 1$  kan deze vorm worden gereduceerd tot:

$$\bar{y} = \nu^{1/\lambda} l_0 \left[ \frac{\lambda\sigma}{\lambda(\pi + \partial) + \varepsilon} \right]^{(1-\lambda)/\lambda} e^{(\pi + (\varepsilon/\lambda))t} \quad (1.11)$$

Uit vergelijking (1.10) kan onmiddellijk worden afgeleid:

$$\frac{\partial \bar{y}}{\partial \sigma} = \frac{\mu}{1-\mu} \cdot \frac{\bar{y}}{\sigma} \quad (1.12)$$

## Appendix 2

B. F. Massell \* leidt een eindformule voor de evenwichtige groei af door aan te nemen, dat de bruto-investeringen en dus ook de kapitaal-goederenvoorraad vanaf „het begin der tijden” met een constant percentage stijgen. Deze methode geeft hetzelfde resultaat als de limiet-oplossing (voor  $t \rightarrow \infty$ ) volgens de procedure, die wij in appendix 1 hebben uiteengezet (tenminste indien men voor het stijgingspercentage van de kapitaal-goederenvoorraad de evenwichtige groeivoet  $\pi + \frac{\varepsilon}{\lambda}$  kiest).

\* B. F. Massell, art. cit., pp. 241-244.



In deze appendix zullen wij *niet* het volledige bewijs van Massell geven (de geïnteresseerde lezer wordt hiervoor verwezen naar het genoemde artikel), maar slechts enkele bewerkingen, die wij op de formules van deze auteur hebben toegepast, nadat wij deze in onze symbolen hebben omgezet. Indien naar formules van de schrijver wordt verwezen, zullen wij voor het desbetreffende nummer een M plaatsen.

Uitgangspunt voor onze exercities is de *marginale produktiefunctie*:

$$\bar{y} = \nu e^{\varepsilon t / \lambda} k^{1-\lambda} \left[ \frac{\pi}{1 - e^{-\pi\theta}} \cdot \frac{1 - e^{-\{\pi + (\varepsilon/\lambda)\theta\}}}{\pi + \frac{\varepsilon}{\lambda}} \right]^{\lambda};$$

(M 18), (M 19) en (M 20a) (2.1)

Verder geldt in dit model:

$$k = k_0 e^{(\pi + (\varepsilon/\lambda)t)}; \quad (\text{M } 1) \quad (2.2)$$

$$l = l_0 e^{\pi t}; \quad (\text{M } 5) \quad (2.3)$$

Substitutie van (2.2) en (2.3) in (2.1) geeft:

$$\bar{y} = \nu l_0^{\lambda} k_0^{1-\lambda} [ \dots ]^{\lambda} e^{(\pi + (\varepsilon/\lambda)t)} \quad (2.4)$$

Vervolgens is gemakkelijk in te zien:

$$y_0 = \nu l_0^{\lambda} k_0^{1-\lambda} [ \dots ]^{\lambda} \quad (2.5)$$

In de uitgangssituatie geldt eveneens:

$$\sigma y_0 = I_0 \quad (p = 1) \quad (2.6)$$

Tevens kan worden geschreven:

$$k_0 = \frac{I_0 \{ 1 - e^{-\{\pi + (\varepsilon/\lambda)\theta\}} \}}{\pi + \frac{\varepsilon}{\lambda}}; \quad (\text{M } 4) \quad (2.7)$$

Uit de vergelijkingen (2.5) t/m (2.7) kan worden afgeleid:

$$k_0 = \left[ \frac{\sigma \nu \{ 1 - e^{-\{\pi + (\varepsilon/\lambda)\theta\}} \}}{\pi + \frac{\varepsilon}{\lambda}} \right]^{1/\lambda} l_0 [ \dots ] \quad (2.8)$$

Tenslotte leidt substitutie van (2.8) in (2.4) tot het resultaat:

$$\bar{y} = \nu^{1/\lambda} l_0 \left[ \frac{\lambda \sigma \{ 1 - e^{-\{\pi + (\varepsilon/\lambda)\theta\}} \}}{\lambda \pi + \varepsilon} \right]^{(1-\lambda)/\lambda} \left[ \frac{\pi}{1 - e^{-\pi\theta}} \cdot \frac{1 - e^{-\{\pi + (\varepsilon/\lambda)\theta\}}}{\pi + \frac{\varepsilon}{\lambda}} \right] e^{(\pi + (\varepsilon/\lambda)t)} \quad (2.9)$$

*Appendix 3*

Gesteld kan worden:

$$\frac{1}{\pi} - \frac{\theta}{e^{\pi\theta} - 1} - \left[ \frac{1}{\pi + \frac{\varepsilon}{\lambda}} - \frac{\theta}{e^{(\pi + (\varepsilon/\lambda))\theta} - 1} \right] > 0$$

indien de functie:

$$z = \frac{1}{\pi} - \frac{\theta}{e^{\theta\pi} - 1}$$

dalend is in de variable  $\pi$ .

Voor  $\pi = 0$  geldt  $z = 0$ . Ook kan worden aangetoond:

$$z''' = 1 - e^{\theta\pi} < 0.$$

Hieruit volgt:  $z' < 0$ , zodat de functie  $z = z(\pi)$  inderdaad dalend is.